

## 1. まえがき

著者は先に、道路橋の衝撃は同時に載荷する自動車の台数が増えると互の自動車の相互作用によって小さくなることを示した。本研究では、この系を *vehicle-bridge system* と考え(図-1)、自動車の振動をこの系の入力波形とし、橋桁の動たわみを出力波形として、これらの波形の間にスペクトル解析を試み上記の事実を立証する。

## 2. 仮定

本研究においては次の仮定を用いる。

- (1) 自動車荷重列を等間隔( $s=10\text{ m}$ ,  $0.6\text{ sec}$ )、等重量( $W=20\text{ ton}$ )の等速( $60\text{ km/h}$ )連行荷重列とする。

- (2) 自動車は図-1のように1自由度系とする。

- (3) 橋梁は等断面単純桁橋とする。

- (4) 橋面の凹凸は考慮しない。

## 3. 入力波と出力波

連行荷重列の各荷重の接地力をこの系の入力とし、橋桁の動たわみを出力とする。

接地力  $f(t)$  及び橋桁の動たわみ  $y(t)$  は、数値計算または実験によって求められているものとする。これらの振動波形をスペクトル解析の便宜上図-2

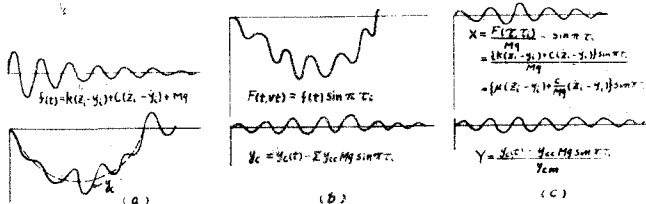


図-2 自動車の接地力と橋桁の外力波形との関係

のように(a)→(b)→(c)と変形する。各入出力波形の記号を表-1のように定める。

さて、表-1はスパン長  $30\text{ m}$  について示した。この表の波形図は、例えば時間  $T$  では桁上には図-1のように  $(n+1)$  番目と  $(n+2)$  番目の自動車が載荷されており、 $(n)$  番目の自動車は橋桁から離れようとしている。この自動車にかわって  $(n+3)$  番目の自動車が入って来ることになる。すなわち入力波として注目すると  $X(n)$  の波形に続いて  $X(n+3)$  の波形が表われることになり、 $X(n)$  と  $X(n+3)$  の波形を続けてもよいことになる。同様にして  $X(n+1)$  の波形に  $X(n+4)$  の波を続けるこのことを表-1では破線で示した。このように考えると橋桁には常に3個の入力が作用していることになる。

## 4. スペクトル解析

つづいてこれらの波形  $X_n, X_{n+1}, X_{n+2}$ 、及び  $Y$  との間にはスペクトル解析を試みる。しかしこれらの波形のスペクトルを求めるとある振動数のところで急激に大きくなり他の振動数では非常に小さい。

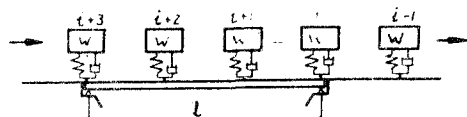


図-1 荷重列と橋桁模型

表-1 外力波形とその記号

| 名称                | 波 形 | 入力波       | 橋桁動たわみ    | モード       |
|-------------------|-----|-----------|-----------|-----------|
| $n$ 番目の自動車の振動     |     | $X_n$     | $G_n$     | $S_n$     |
| $(n+1)$ 番目の自動車の振動 |     | $X_{n+1}$ | $G_{n+1}$ | $S_{n+1}$ |
| $(n+2)$ 番目の自動車の振動 |     | $X_{n+2}$ | $G_{n+2}$ | $S_{n+2}$ |
| 桁中を走る波            |     | $Y$       | $G_Y$     | $S_Y$     |

このことはこれらの波形は非常に単純であることを意味し、今後の解析においてはスペクトルが最大値になる振動数 ( $\omega_m$ ) を基準に考察を進める。

さて、まず橋桁に外力  $X_1$  または  $X_2$  の2つの外力が載荷している場合、その応答波形  $Y_1$  または  $Y_2$  のスペクトルの間に、

$$S_{Y_1}(\omega_m) = |\alpha_1|^2 S_{X_1, X_1}(\omega_m), S_{Y_2}(\omega_m) = |\alpha_2|^2 S_{X_2, X_2}(\omega_m) \quad \text{----- (1)}$$

の関係があるとき、もし2つの波形が同時に載荷した場合の応答波形  $Y$  のスペクトルは、

$$S_{YY}(\omega_m) = |\alpha_1|^4 S_{X_1, X_1}(\omega_m) + |\alpha_1||\alpha_2| S_{X_1, X_2} + |\alpha_2||\alpha_1| S_{X_2, X_1} + |\alpha_2|^4 S_{X_2, X_2}(\omega_m) \quad \text{---- (2)}$$

となり、さらにもし、入力波のスペクトルに、 $S_{X_1, X_1} = S_{X_1, X_2} = S_{X_2, X_1} = S_{X_2, X_2} = S_{X, X}$  の関係が成立するとすれば、

$$S_{YY}(\omega_m) = [|\alpha_1| + |\alpha_2|]^2 S_{XX}(\omega_m) \quad \text{----- (3)}$$

となり、一斉  $X_1$  と  $X_2$  との間に相関性がない場合には、 $S_{X_1, X_2} = S_{X_2, X_1} = 0$  となり

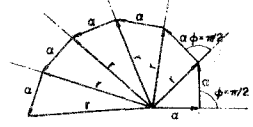
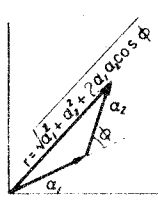
$$S_{YY}(\omega_m) = [|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2] S_{XX}(\omega_m) \quad \text{----- (4)}$$

となる。一般に  $X_1, X_2$  の間には位相差  $\phi$  が存在し、何らかの相関性があるものと考えられる。

$$\text{この場合は } S_{YY}(\omega_m) = [|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + 2|\alpha_1||\alpha_2| \cos \phi] S_{XX}(\omega_m) \quad \text{----- (5)}$$

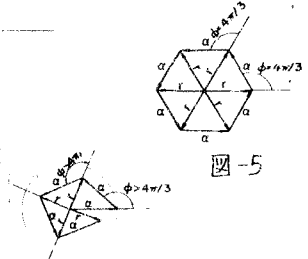
としてあらわされる。このことから位相差  $\phi$  を確率変数とみなして論ずることができる。

式(5)の〔 〕の中をベクトル表示すれば図-3のよう  
にあらわされる。ここでは、この〔 〕の中を係数  $\gamma$  と呼ぶ。  
さらに外力が3, 4……の場合も同様である。この位相差  
 $\phi$  によって応答波形のスペクトル  $S_{YY}$  が変るのである。



いま、 $\phi = \pi/2$  を考えよう。(便宜上  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha$   
とする。この場合の係数  $\gamma$  は図-4のようになり、 $\phi = 4\pi/3$

の場合は図-5のように応答波形のスペクトルは常に等しく、これより  
 $\phi$  が大きい場合は応答波形のスペクトルは外力の数が増すほど小さくなる  
(図-6) ことになる。



## 5. 道路橋の衝撃係数との関係

さて、2節でのべたように車頭間隔を10 m (0.6 sec) にとっている

図-6

ので、スパン長30 mの橋には3台、40 mには4台、……となり外力の数とスパン長は1次の関係  
があり、外力の数を橋のスパン長におきかえて考えることができる。

さて、4節で位相差  $\phi$  によって応答波形のスペクトルが変ることを述べた。この節では、位相差  $\phi$   
が存在しているものとして作用する外力の数が増くるとどの位の変化があるかについて考察する。  
ここでは各波形のスペクトルは等しいとし、さらに位相差  $\phi = 0$  の場合を最大値=1として比較する  
。この場合は式(5)の係数  $\gamma$  についてのみ比較すればよい。まず外力が2個作用している場合位相  
差  $\phi = 0$  とすれば式(4)が成立し、 $\phi = \pi/2$  とすれば式(3)が成立する。その比は、

$$\frac{[|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2]}{[|\alpha_1| + |\alpha_2|]^2} = \frac{2|\alpha|^2}{4|\alpha|^2} (\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha) \quad \text{----- (6)}$$

となる。もし外力の数が  $N$  個の場合は同様に

$$\frac{\sqrt{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \dots + |\alpha_N|^2}}{|\alpha_1| + |\alpha_2| + \dots + |\alpha_N|} = \frac{N |\alpha|^2}{N^2 |\alpha|^2} = \frac{N}{N^2} \dots (7)$$

$$(\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha)$$

となる。いまスペクトルの定義から応答関数の振中の比はスペクトル比の平方根をとればよいから、この比  $\alpha = \sqrt{N} / N$  としてあらわされる。さて、この応答関数の振中というのは図-2 のように動にわ

を最大静たわみの比であらわしていることから、これを橋桁の衝撃係数とみなすことができる。一方外力の数とスパン長とは1次の関係にあることから横軸にスパン長を縦軸に減少率をとって示したのが図-7である。この図は、橋桁の衝撃係数は同時に載荷する荷重の数が多し程、いいかえればスパン長が大きくなる程減少される割合は大きくなることを意味している。

## 6. 数値計算例

図-1, 表-1に示す。スパン長 30 m の橋梁についてのべる。この場合の式(2)は

$$\begin{aligned} S_{YY} = & \alpha_6^2 S_{x6, x6} + \alpha_6 \alpha_7 S_{x6, x7} + \alpha_6 \alpha_8 S_{x6, x8} + \alpha_7 \alpha_6 S_{x7, x6} + \alpha_7^2 S_{x7, x7} \\ & + \alpha_7 \alpha_8 S_{x7, x8} + \alpha_8 \alpha_6 S_{x8, x6} + \alpha_8 \alpha_7 S_{x8, x7} + \alpha_8^2 S_{x8, x8} \dots (8) \end{aligned}$$

ここで、 $\alpha_6, \alpha_7, \alpha_8$  であるが、この3つの波形はほとんど等しく、そのスペクトルは等しいので  $\alpha_6 = \alpha_7 = \alpha_8 = \alpha$  と考えてよい。またスペクトル  $S_{x6, x6}$  を基準にとって、その比を求め式

(8)を計算すると

$$S_{YY} = 8.85 \alpha \cdot S_{x6, x6} \dots (9)$$

となる。もし  $\phi = 0$  とすれば係数は 9 となる。

また、スパン長 40 m では同様に、

$$S_{YY} = 0.57 \alpha \cdot S_{xx} \dots (10)$$

となり、もし  $\phi = 0$  とすれば係数は 16 となる。

このようにいずれも  $\phi = 0$  の最大値より小さいのは

位相差の影響と解することができる。

以下、比例式によって最大衝撃値を求め、図-7の減少率を考慮して図-8の衝撃係数を求めた。

## 7. おわりに

以上、道路橋に幾つかのランダム荷重が載荷している際の道路橋の衝撃について、それらの荷重の間にスペクトル解析をほどこし、同時に載荷する荷重の数が多くなると荷重相互の相殺作用によって橋梁の衝撃は小さくなることを立証できた。さらに、等間隔の連行荷重列を考えていることから橋桁に載荷する荷重の数とスパン長とは1次の関係にあることから解析の結果をスパン長との関係で整理した。そしてスパン長が大きくなると橋梁の衝撃係数は小さくなることを立証した。

なお、本研究にあたって終始ご指導いただいた京都大学山田善一博士に心から感謝の意を表す。

- 1) 赤堀 「ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究」 土木学会論文集 198 (S 407).
- 2) J.D. ROBSON "An Introduction to Random Vibration", Edinburgh at the Univ. Press.
- 3) 兼重一郎 「パワースペクトル解析の自動車への応用」 いすゞ技報 No 33 1960.
- 4) 兼重一郎 「道路面凹凸による自動車不規則振動のスペクトル解析」 1964.

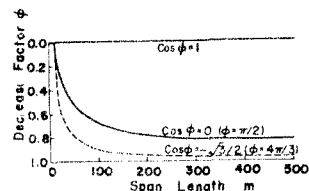


図-7 スパン長と減少率

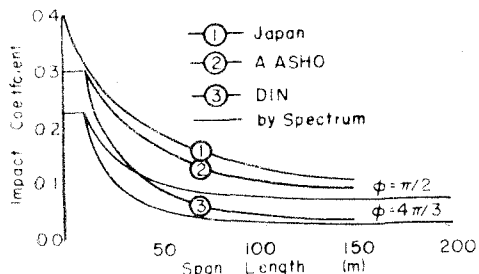


図-8 スパン長と衝撃係数