I－92　変形を考慮した斜吊桁吊橋の計算法について

山口大学工学部　正員　中川建治

## 1］まえがき

構造物の応力解析において，変形法と電子計算機の組合せは，非常にすぐれていることが認められている。構造形式が複雑になる程，あるいは，大型になる程，変形法による解析が有利になる。しかし，変形法の第一の欠陥は，格点数の増加にともなって，Stiffness Matrix の次数が大きくなることである。大型電子計算機の出現によって，高次元行列の演算も可能になってきたが，いたずらに，演算回数を増加させることは，演算精度を低下させることになる。

Stiffness Matrix は，0要素の非常に多い行列である。この0要素を省いて演算して，節約し得たスペースを，倍長計算の方で使用するなら，大型電子計算機を有効に利用することになる。

## 2］変形法について

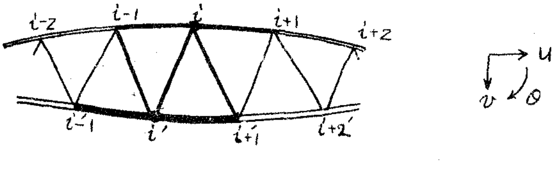
変形法の Stiffness Matrix は，次数が増加するに従って，0要素の全体に占める割合が大きくなる。しかし，一般には，Non-zero element は，行列全面に分散している。この場合の未知数は，各節点の変位であり，Stiffness Matrix は，各節点における力の釣合式を示したものである。支点の拘束，あるいは，ピン結合による曲げモーメントの解放を，広い意味で境界条件と表現するならば，境界点におけるそれに対応した変位を省き，境界条件式を導くまでもなく，条件式を満足するように Stiffness Matrix を作成する。

## 3］Reduktion 法について

S. Falk の提唱した Reduktion 法は，未知数として，変位と応力とを採用して，ほとんどの解析演算を，低次元行列の乗算によって遂行する方法である。これは，観点を変えるなら，Stiffness Matrix の0要素を集団で省き，Non-zero element を含む小行列のみを用いて演算する解析方法である。境界条件は，そのまま最後まで残しておいて，境界点の未知数のみを含む連立方程式を解き，改めて，一般内点の未知数を求めるようにする。したがって，変形法の Stiffness Matrix による方法と，Reduktion 法との違いは，境界条件を暗黙のうちに満足するようにする方法と，境界点を最後まで残しておいて，境界条件を満足するように解く方法である。

## 4］Stiffness Matrix の小行列表示

Stiffness Matrix の Non-zero element を対角線近傍へ集積させるには，つぎのようにする。上弦材，下弦材の格点番号を，図－1のように（$i$ および $i'$）定める。釣合方程式は，$i$ 点の水平，垂直，回転方向，$i'$ 点の水平，垂直，回転方向の順で作成して 1 block とする。未知数の配列順序は，$i$ 点の $u_i, v_i, \theta_i$，$i'$ 点の $u_{i'}, v_{i'}, \theta_{i'}$ とする。すべて，$i$ は 1 block ごとに変化させて $i = i' = 1, 2 \cdots n$ とする。




［図－1］

$i$，および，$i'$点における釣合方程式は，変形法の釣合式の性質から，$i$，$i'$点の隣接点 $i-1$，$i'-1$，$i+1$，$i'+1$ の未知数にしか関係しない。したがって，未知数をベクトル表示によって表わせば，釣合式は，非常に簡単になる。

$$X_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_{i'} \\ v_{i'} \\ \theta_{i'} \end{Bmatrix}$$

$u_i$，$v_i$，$\theta_i$；$i$点における水平，垂直，回転方向変位

$u_{i'}$，$v_{i'}$，$\theta_{i'}$；$i'$点における　〃

$i$，$i'$点の釣合式 ……　$A_{i,i-1} X_{i-1} + A_{i,i} X_i + A_{i,i+1} X_{i+1} = P_i$ ……… (1)

$$P_i = \begin{Bmatrix} H_i \\ V_i \\ M_i \\ H_{i'} \\ V_{i'} \\ M_{i'} \end{Bmatrix}$$ …… $i$，$i'$点の外力ベクトル

$A_{ij}$；$6\times6$ の正方行列で Stiffness Matrix の Non-zero element を含む小行列

Stiffness Matrix $S$ は，

$$[S]\{X\} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & & & & \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & & 0 & \\ & A_{32} & A_{33} & A_{34} & & \\ & & & \ddots & & \\ & 0 & & A_{n-1,n-2} & A_{n-1,n-1} & A_{n-1,n} \\ & & & & A_{n,n-1} & A_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{n-1} \\ X_n \end{Bmatrix}$$

となる。

$$= \{P_i\}$$ ……… (2)

5] 計算法.

電子計算機で記憶させるのは，Stiffness Matrix 中の $A_{i,i-1}$，$A_{i,i}$，$A_{i,i+1}$，$(i=1 \cdots\cdots n)$ のみである。式(2)を解くには，第1行より逐次消去法をくり返す。このとき，$X_1$，$X_2 \cdots\cdots X_{n-1}$ の順で消去するのである。第1行より，　$X_1 = A_{11}^{-1}P_1 - A_{11}^{-1}A_{12}X_2$

第2行に代入して，

$$A_{21}(A_{11}^{-1}P_1 - A_{11}^{-1}A_{12}X_2) + A_{22}X_2 = P_2 - A_{23}X_3$$

$$X_2 = (A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1}(P_2 - A_{21}A_{11}^{-1}P_1 - A_{23}X_3) \quad \cdots\cdots\ (3)$$

このようにして逐次代入して，　$X_n = B$　を得る。

$X_n$を求めたなら，逆に代入することにより，$X_{n-1}$，$X_{n-2} \cdots\cdots X_1$ を得る。

6] たわみ理論における解.

式(2)を，式(3)の方法によって解くので，計算時間，および，記憶容量を非常に節減し得る。したがって，倍長計算で精度を上げることが可能である。アーチや斜吊材の吊橋のタワミ理論の解も，変形法の Stiffness Matrix に基づいて，Matrix analysis に順じて解析し得る。一般に，非線型解析を，高次元の行列によって行うと，演算回数が多いことから，データーの exponent が大きくなり（非線型問題では，剛比を用いず直接EI，EAという大きな数値を用いるので）電子計算機における Overflow 現象を起し易い。この欠点がのぞかれるので有効である。

支点の拘束条件があって，未知数がベクトル$X_i$の中で減少してしまう場合小行列$A_{ij}$は矩形行列となるが，各段階で小行列の逆行列を求めるときには，再び，正方行列になることは，容易に検証し得る。

このような解析方法によって，斜吊材吊橋，および，アーチ橋の非線型解析を行なった。その結果については，講演当日発表する予定である。