

東大 正 伊藤 学
東大大学院 学 〇川口 昌宏

1 緒言

斜吊材吊橋のアイデアは古くからあったが、セバン橋でこれが実現されることになってから、吊橋の剛性に与える斜吊材の効果が再び注目されるようになった。解析にあたっては、これまで、吊橋をトラス状の骨組として取扱うことが行われてきた。しかし、この方法の欠点は、吊材数が多くなったたり、立体的現象や振動現象を解析したりする場合は、計算機的能力を相当必要とすることにある。

このような新しい構造の研究に着手するにあたっては、局所的な応力分布はある程度つかわれればよいのであって、まず全体的性質がわかることが望ましい。そのためには、骨組解析という、どいうかという応力を求めるための解析より、関数方程式の利用による連続的な解析が適していると考えられる。関数方程式の境界値問題を近似的に解く方法はよく知られており、片側の境界から計算していくことによる誤差の累積を避けることができる。すなわち幾何学的および力学的境界条件を、できるだけ満ちるような関数によつて解を展開する方法は、よく行われる有力な方法である。

本論文では、以上の観点から、可変係数微分方程式の撓度理論式を、級数展開としたグリーン関数によって解くことにした。

2 斜吊材吊橋の基礎微分方程式

通常の吊橋の計算にあたっての仮定をこゝでもとる。また、簡単な系を取扱うことにする。

- 単径面で EI は一定とある。
- 塔の変形、橋のセシ断変形無視。
- 吊材のケーブル取付点は一定間隔で、支間に比し密に分布し、これにより死荷重は橋軸方向に等分布する。
- 吊材は圧縮・引張に対して完全に効く。

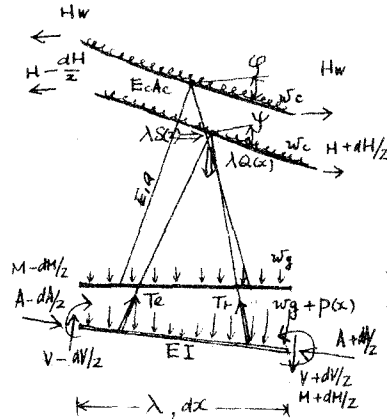


図 1

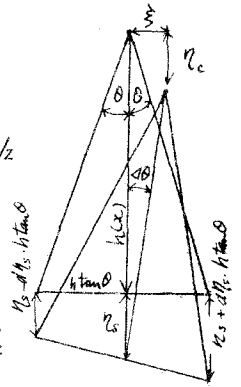


図 2

橋の垂直方向の釣合から

$$w_g + p(x) - Q(x) = -\frac{dV}{dx} + \frac{d}{dx} \left(A \frac{d\eta_c}{dx} \right) \quad (1)$$

ケーブルの垂直方向の釣合から

$$w_c + Q(x) = -\frac{d(H \tan \psi)}{dx} \quad (2)$$

ケーブル方程式は

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{H}{EAc} \sec^3 \psi - \frac{Hw}{EAc} \sec^3 \psi + \epsilon t \sec^3 \psi - y' \eta_c' - \frac{1}{2} \eta_c'^2 \quad (5)$$

こゝに $\psi(x)$, $Q(x)$ は、吊材張力の水平および垂直の合力であつて

$$Q(x) = \frac{1}{\lambda} (T_r \cos(\theta - \Delta) + T_e \cos(\theta + \Delta)) = w_g + \frac{2EI\alpha}{\lambda} \left(\frac{\eta_s - \eta_c}{\lambda} \cos^2 \theta - \epsilon t \right) \cos \theta \quad (6)$$

$$\psi(x) = \frac{2EI\alpha}{\lambda} \sin^2 \theta \cos \theta \frac{d\eta_c}{dx} - \left(\frac{2EI\alpha}{\lambda} \sin^2 \theta \cos \theta + w_g \right) \frac{\eta_s}{\lambda} \quad (7)$$

そこで、次の仮定をする。

(A) 桁に加わる吊材からの軸力は小さく、また桁の撓み角は小さい。したがって桁のせん断力と軸力とを分離できる。この仮定は、吊材と桁の断面比より十分正しいと考えられる。これより、

(1), (3) 式の $\sim$ 線部分を無視する。

(B) 吊材の伸びを桁の撓みに対し無視する。直吊材では、この影響は一々明らかであるが、斜吊材では、検討の必要がある。 $\eta_s = \eta_c = \eta$

(C) 微小項に関する仮定。 $\tan \psi \approx \psi + \eta'$, $\sec \psi \approx \sec \varphi$, $\eta'^2 = 0$

以上の仮定から

$$EI \eta'''' - H \eta'' + (y' \sin^2 \theta \cos \theta \cdot \frac{2EI_a}{\lambda}) \eta' = P(x) + H_p(x) y'' + y' (W_g + \frac{2EI_a}{\lambda} \sin^2 \theta \cos \theta) \frac{\xi}{R} \quad (8)$$

$$\frac{\xi}{R} = H_p \frac{\sec^3 \varphi}{EcAc} + \epsilon t \sec^2 \varphi - y' \eta' \quad \dots (9)$$

そこで (8) 式の右辺の第三項は $(9 \sim 3) W_g \frac{\xi}{R}$ の大きさで、あり

(D) $\frac{\xi}{R}$ を十分小さいと仮定すれば、第三項に比し第二項が無視得る。

以上より斜吊材吊橋の撓度理論式として

$$\begin{aligned} EI \eta'''' - H \eta'' + (y' \sin^2 \theta \cos \theta \cdot \frac{2EI_a}{\lambda}) \eta' &= P(x) + H_p(x) y'' \quad (10) \\ H_p(x) &= H_0 - [H_p(x) - z H_p(x)] \quad (11) \\ H_0 &= \frac{\delta f/p_2 \int_0^L \eta dx - \epsilon t \int_0^L \sec^2 \varphi dx}{\frac{1}{EcAc} \int_0^L \sec^3 \varphi dx} + \frac{\int_0^L \frac{\sec^3 \varphi}{EcAc} (\int_0^x \frac{2EI_a}{\lambda} \eta' \sin^2 \theta \cos \theta dx) dx}{\frac{1}{EcAc} \int_0^L \sec^3 \varphi dx} \quad (12) \end{aligned}$$

$$H_p(x) = \int_0^x \frac{2EI_a}{\lambda} \eta' \sin^2 \theta \cos \theta dx \quad (13) \quad z H_p(x) = \int_0^x \frac{z(x)}{R(x)} (W_g + \frac{2EI_a}{\lambda} \sin^2 \theta \cos \theta) dx \quad (14)$$

$$\xi(x) = \frac{H_0}{EcAc} \int_0^x \sec^3 \varphi dx + \epsilon t \int_0^x \sec^2 \varphi dx - y' \eta + y'' \int_0^x \eta dx - \left[\int_0^x \frac{\sec^3 \varphi}{EcAc} (H_p(x) - z H_p(x)) dx \right] \quad (15)$$

H_0 の第一項は直吊材の場合の応荷重張力である。上式中の [] 内の項は小さいことが予想できる。

(10) 式は直吊材の方程式の左辺に、斜吊の影響として第三項が加わったものである。この式により、張力受けた回転角に比例する反力を生ずるバネ床上の梁に、斜吊材吊橋は置換できることが考えられる。図3

3 方程式の解

第三項の係数は図4に示す性質がありこれは次のように展開できる。

$$\frac{2EI_a}{\lambda} y' \sin^2 \theta \cos \theta = \frac{2EI_a}{\lambda} \cdot \frac{4f}{L} \sum g_i \sin \frac{2\pi i x}{L}$$

(10) 式を両端単純支持で解くとは、 $\eta(0) = \eta(L) = 0$ 関数を正弦関数で展開でき

$$G(x, \xi) = \sum A_i \sin \frac{2\pi i x}{L} \quad \& \quad EI G'''' - H G'' + \sum g_i \sin \frac{2\pi i x}{L} \cdot G' = \delta(x - \xi)$$

に代入して、 A_i に対する一次連立方程式を得る。対角成分は $\{(\pi i)^4 + (\pi i)^2\} + i\pi \mu g_i$

$$\mu = 4 \cdot \frac{qEI_a f^2}{EI} \cdot \frac{f}{L} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

腹材と桁との剛性関係を示し、 μ が大きいと第三項の斜角の影響が大きくなる。米項の第三項では第三項の方が大きいことが多く、斜吊による剛性は垂直吊橋の2倍以上になる。[A_{ij}] の逆行列 [A_{ij}] とすれば

$$G = \frac{2\ell^3}{4EI} \sum_i (\sum_j A_{ij} \sin \frac{2\pi j x}{L}) \sin \frac{2\pi i \xi}{L} \quad \text{であり}$$

集中荷重 P と ξ とに $\xi = 0$ とすれば

$$\eta = \frac{2\ell^3}{4EI} P \sum F_2' \sin \frac{2\pi x}{L} \quad F_2' = \sum_j A_{ij} (\sin \frac{2\pi j x}{L} - \frac{8f}{\ell^2} \int_0^L H_p(\xi) \sin \frac{2\pi j \xi}{L} d\xi)$$

主な計算は高々15項の級数の係数を決める代数方程式となり、非常に楽である。 $H \approx H_w$ とすれば、いわゆる線型撓度理論となり、イテラタンの回数が減る。現在プログラムと特に仮定(D)につき検討中であり、伊藤、木村、黄家、佐野信一郎氏等に行っている模型実験結果も含めて当日紹介できればと考えている。

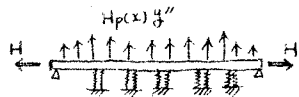


図 3

