

右図に示したように変位をとり、吊橋に蓄えられる歪エネルギー および 運動エネルギーを求めると次式で与えられる。

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l [EI \dot{v}^2 + H \{1 + (y')^2\} v_c^2 + E_c F_c \{1 + \frac{3}{4} y'^2\} \times \{w_c^2 + v_c y'^2\}] dx \quad \text{--- (1)}$$

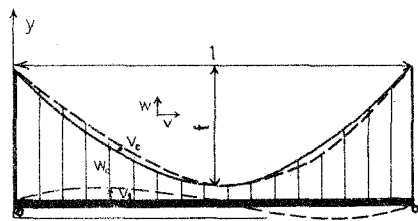


Fig. 1

$$T = \frac{1}{2} \{1 + (y')^2\} m_c (\dot{v}_c^2 + \dot{w}_c^2) + \frac{1}{2} m_g \dot{y}_g^2 \quad \text{--- (2)}, \quad (' \text{は } x \text{ について, } \dot{} \text{ は時間について微分したことを表す})$$

上式で m_c はケーブル単位長さ当り質量、 m_g は補剛桁の単位当りの質量である。今吊橋は $l/4$ が小さい事を考え $(y')^2$ 以上の微量量を省略し、 $v_c = \dot{y}_g$, $w_c = 0$ と仮定すればラグランジュの方程式より

$$\frac{d^2}{dx^2} (EI \dot{v}_c) - \frac{d}{dx} [H \{1 + (y')^2\} v_c] + E F_c \{w_c' + v_c y'\} (y') + (m_g + m_c) \dot{v}_c = 0 \quad \text{--- (3)}$$

$$- \frac{d}{dx} [E F_c (w_c + v_c y')] + m_c \ddot{w}_c = 0 \quad \text{--- (4)}$$

(4)式で ケーブルの慣性力の項を省略すれば 普通に行われているケーブル方程式に帰着する。また $v_c y'$ の項を省略すれば弾性体の棒の縦振動の式に帰着する。結局 $v_c y'$ がケーブルの縦振動と吊橋の撓み振動を連成させる項となるが 吊橋の $l/4$ の小さい事、また土木研究所で行われた吊橋全体を多復点バネ系で置き換えて計算した例を見てもこの連成項の影響はケーブルの縦振動が主として起る振動モードに対しては比較的影響が小さいと認められる。そこで吊橋ケーブルの縦振動はケーブルのその縦振動問題として取扱っても大きな誤差は生じないものと思われる。

今径吊橋のケーブルの振動を下图のように塔は剛体で基礎に回転バネで結合されており、補剛桁がケーブルと支間中央で結合されているときは全質量が支間中央に、そうでないときはケーブルは補剛桁と無関係に縦振動できるものとして扱う。

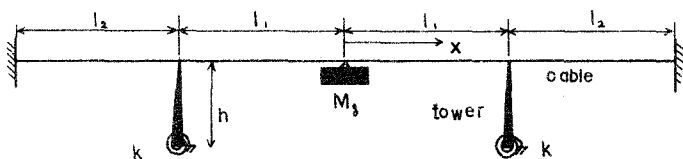


Fig. 2

もちろんより近似的には補剛桁の遊動円木振動周期より、それに相当したバネで補剛桁とケーブルは結合されているものと看做した方がよいものと思われる。但し径吊の補剛桁の質量はケーブルの縦振動には無関係と看做す。

結局振動数方程式は

$$-\left\{1 + \frac{1}{2}\mu\nu p^2\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)\right\} \cos p + \left\{\mu p - \frac{1}{2}\nu p\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)\right\} \sin p \\ + \frac{1}{2}p^2\nu\mu\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right) \cos \bar{p} + \frac{1}{2}p\nu\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right) \sin \bar{p} = 0 \quad \text{----- (5)}$$

ここで $\mu = M_g/2mcl$, $\nu = I_{pr}/$ $p = \frac{\omega}{a}l$
 $\bar{p} = \frac{\omega}{a}(l_1 - l_2)$, $a^2 = \frac{E_c A_c}{m_c}$, $\theta^2 = \frac{k}{I_{pr}}$

$l = l_1 + l_2$, ω は ケーブルのその縦振動円振動数を表わし, θ は自由端立端の円振動数, I_{pr} は塔の基礎周りの慣性モーメント, μ は補剛桁とケーブルの全質量比, ν は塔のケーブルに対する実効質量比を表す, M_g は補剛桁全質量, E_c, A_c はケーブルのヤング率と断面積, k は塔基礎部での回転バネ定数を表す.

塔は剛体で回転バネで支えられていると仮定したが, 弾性塔の場合でも, その振動数および振動形を知れば近似的に各モードに対し ν, θ は求める事ができる.

今 $\bar{p} = 0$ の時の p を計算すると下表のような値が得られる.

$\mu=0, \nu=0.1$						$\mu=0, \nu=0.4$				
$(\theta/\omega)^2$	0.2	0.5	1.0	2	4	0.2	0.5	1.0	2	4
1次振動	1.636	1.611	1.571	1.533	1.496	1.864	1.742	1.571	1.314	1.021
2次 "	4.906	4.832	4.712	4.598	4.492	5.428	5.191	4.712	4.035	3.575
3次 "	8.170	8.053	7.854	7.665	7.496	8.808	8.562	7.854	6.910	6.533

Tab. 1

Tab. 2

$\mu=4, \nu=0.1$						$\mu=4, \nu=0.4$				
$(\theta/\omega)^2$	0.2	0.5	1.0	2	4	0.2	0.5	1.0	2	4
1次振動	0.4813	0.4809	0.4801	0.4787	0.4757	0.4848	0.4830	0.4801	0.4742	0.4626
2次 "	3.490	3.384	3.219	2.936	2.520	4.430	3.958	3.219	2.366	1.705
3次 "	6.323	6.323	6.327	6.322	6.322	6.324	6.323	6.323	6.322	6.319

Tab. 3

Tab. 4

$l_1 = 500m$, $l_2 = 500m$, $\mu=0$, $\theta=\omega$, $\nu=0.1$, $E_c = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ のとき

振動周期 f は $f = 1.28 \text{ 1/sec}$

同じスパンで $\mu=4$, $\nu=0.4$, $\theta=\omega$ のとき $f = 0.754 \text{ cycle/sec}$

振動形は次式で与えられる.

$$V_1 = A \left(\cos p \frac{x_1}{l} - \mu p \sin p \frac{x_1}{l} \right)$$

$$V_2 = A \left\{ (\cos p \xi_1 - \mu p \sin p \xi_1) \cos p \frac{x_2}{l} - (\cos p \xi_1 - \mu p \sin p \xi_1) \cot p \xi_2 \sin p \frac{x_2}{l} \right\}$$

ただし $\xi_1 = \frac{l_1}{l}$, $\xi_2 = \frac{l_2}{l}$ で係数は正規化されてない.

上記条件で $\mu=0$ のとき $A = 1^m$ ならばケーブル応力度は $3,300 \text{ kg/cm}^2$ (ア+カ一部)

$\mu=4$ のとき $A = 1^m$ に対し $2,180 \text{ kg/cm}^2$ (ア+カ), $2,120 \text{ kg/cm}^2$ (ギ+), $1,940 \text{ kg/cm}^2$ (中央)