

風による吊橋の振動

大阪市立大学 小松 定夫

長大吊橋の設計に際しては、風荷重が主要な因子であると考えられるから、風荷重の合理的評価は、吊橋の長大化を促進し、あるいは設計の合理化、経済化に直接つながるものである。ところで自然風の風向、風速は常に、時間的に変化している。すなわち、ある点 y の、ある時刻 t における風速 $u_t(t, y)$ は、図1に示すように、

$$u_t(t, y) = \bar{U} + u(\bar{U}t, y) \quad (1)$$

で表わされる。従って吊橋の受ける風荷重も、

$$p_t(t, y) = \bar{P} + p(\bar{U}t, y) \quad (2)$$

となるものと考えられる。

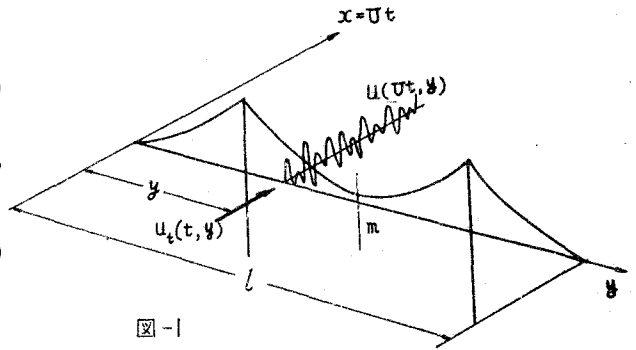


図-1

一般に、線状に細長く振がっている吊橋のような構造物は、風に対して極めて敏感性を持っているから、平均の風荷重 $\bar{P}$ による静的応力や変形量と共に、変動する風荷重 $p(\bar{U}t, y)$ による動的応力や変形量の評価が、風荷重の合理的想定という目的のためには、一義的な意味を持つことが認められる。

悪条件が重なり合って起さる発散振動は、瞬時にして致命的な破壊を誘発するので、従来から、不安定現象に対する研究の努力が続けられてきた。しかし、たとえ発散振動を抑制することに成功しても上記の意味での限定振動は避けられないものと思われる。そして限定振動によって生ずる動的応力やたわみは、安全率の問題、疲労の問題とも密接な関連性を有するものであろう。

変動風速 $u(\bar{U}t, y)$ は不規則性を持っているので、これに対する変動風荷重も時間 t と位置 y の不規則関数である。そこで不規則変動風に対する長大吊橋の動的応答特性について論じる。

さて、位置 y に作用する瞬間風速 u_t に対するある量 f (例えば、たわみ、断面力、応力) の Impulsive Responce を $f_f(t, y)$ と書くと、変動風速 $u(\bar{U}t, y_1)$ によって生ずる変動量 $f(t)$ は、次式で与えられる。

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^l f_f(t_1, y_1) u[\bar{U}(t-t_1), y_1] dy_1 dt_1 \quad (3)$$

ここに、 l は変動量 f に影響を及ぼす構造物の長さ。を表わす。

従って $f(t)$ の応答スペクトル $\varphi_f(\omega)$ は、次式で与えられることがわかる。

$$\varphi_f(\omega) = H_f(\omega) \varphi_u(\omega) \quad (4)$$

ここに,

$$H_f(\omega) = \int_0^l \tilde{H}_f(\omega, \eta) \tilde{R}_u(\omega, \eta) d\eta \quad (5)$$

$$\tilde{H}_f(\omega, \eta) = 2 \int_0^{l-\eta} \mathcal{R} \left\{ H_f^*(\omega, \eta) H_f(\omega, y+\eta) \right\} dy \quad (6)$$

そして,

$H_f(\omega, \eta)$ は位置 y に, 周波数 ω の単位調和変動風が作用したときの, $f(t)$ に関する伝達関数であって, 構造物の振動系に応じて振動方程式から容易に計算できる。

$\mathcal{R}$ は実数部, *印は共軛数と表わしている。

また, $\tilde{R}_u(\omega, \eta)$ は, いわゆる空間相関係数で, Cramer の実測結果にもとづいて,

$$\tilde{R}_u(\omega, \eta) = e^{-\frac{\eta}{L(\omega)}} \quad (7)$$

として与えられる。ここに $L(\omega)$ は周波数 ω を持つ乱れの大きさと考えられるもので,

Davenport は, 強風に対して $L(\omega) = 2\pi U/\omega$ が適当だと云っている。

次に伝達係数 $H_f(\omega, y)$ は, 構造物の幾何学的ならびに力学的境界条件を満足する直交関数系 $f_r(y)$ で以って, 次のように展開できる。

$$H_f(\omega, y) = \sum_{r=1}^{\infty} F_r(\omega) f_r(y) \quad (8)$$

従って式 (4), (5) および (6) より,

$$H_f(\omega) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} F_{rs}(\omega) \int_0^l f_{rs}(\eta) e^{-\frac{\eta}{L(\omega)}} d\eta \quad (9)$$

ここに,

$$F_{rs}(\omega) = 2 \mathcal{R} \left\{ F_r^*(\omega) F_s(\omega) \right\} \quad (10)$$

$$f_{rs}(\eta) = \int_0^{l-\eta} f_r(y) f_s(y+\eta) dy \quad (11)$$

特に吊橋のように, 左右対称形状に振がっている構造物の場合には,

$$\varphi_f(\omega) = \varphi_{fs}(\omega) + \varphi_{fa}(\omega) \quad (12)$$

ここに, $\varphi_{fs}(\omega)$ は構造物の中心線 m の両側に対称に $U(t_1, y_1)/2$ の変動風速が同時に作用し, 対称モードの不規則振動が生じた場合の f のスペクトル, $\varphi_{fa}(\omega)$ は同じく逆対称性変動風速が作用し, 逆対称モードの不規則振動が生じた場合の f のスペクトルを表わす。

吊橋に関する具体例については講演当日に述べる予定である。