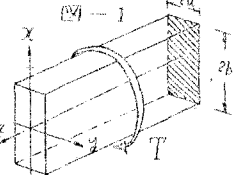
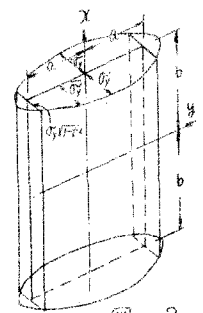


I. 序言 初期捩りモーメントを有する一様断面の部材では一般に曲げに対する弾性限界の低下と完全塑性モーメントの減少が認められる。これは捩りのせん断応力の影響を受け、断面の一部が単純曲げの降伏応力以下の値で降伏してしまう所に起因する。本論文はかかる部材をもつ立体構造物の弾塑性挙動を把握するため、その基礎段階としてまず捩りのせん断応力分布の影響を加味した曲げ応力分布を求め、これよりモーメントと曲率の関係式を導き、次いで部材に貯えられる曲げ補足至エネルギーの算定とその実用化を討ったものである。

II. 理論的考察 一様矩形断面 ($a/b=0$) の部材が捩りモーメント T ($\leq T_y$) を受けた場合、捩り角を ω 、捩りの応力関数を χ とし、座標 (X, Y, Z) を図-1 のごとく定めれば既往の研究より、捩りの応力関数は $\chi = \omega G (\theta^2 - y^2)$ またせん断応力 τ_{xz} , τ_{yz} はそれぞれ $\tau_{xz} = -\partial \chi / \partial y = 2\omega G y$, $\tau_{yz} = -\partial \chi / \partial x = 0$ である。さてミゼースの降伏条件式は $\sigma_y^2 + 3(\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) = \sigma_y^2$ 式(1)を式(2)に代入すれば、捩りのせん断応力の影響を考慮した新しい曲げ降伏応力 $\bar{\sigma}_y$ の分布式が求められる次式となる。



ただし $t = T/T_y = \omega/\omega_y$, $T_y = \omega_y G J$: 降伏時の捩りモーメント
上式より降伏応力 $\bar{\sigma}_y$ は図-2 のごとく半径をそれぞれ $\bar{\sigma}_y$ および a/t とする楕円で与えられる次式となる。



以上から漸増曲げモーメント荷重に対して断面の縁応力が $\sigma_0 = M/b \leq \min(\bar{\sigma}_y) = \sigma_y \sqrt{1-t^2}$ であれば、断面の応力はいまだ降伏に至らず、 M と ϕ の関係は弾性のそれであり $M = EI\phi$ となる。

一方 $\sigma_0 \geq \sigma_y \sqrt{1-t^2}$ となれば式(3)より明らかに断面の一部には図-3 のごとく塑性領域が逐次発生する。いま図-3 のおよび(4)に示す弾塑性領域の状態を第1弾塑性、第2弾塑性と名付ければ、応力分布状態はそれぞれ図-4、図-5 のごとくなり、断面に効く曲げモーメントはそれぞれ次式で与えられる。

第1弾塑性: $M = M_y [a_1 - a_2/\phi^2 + a_3 \{2\phi\sqrt{1-t^2} + \sqrt{1-t^2}/\phi + ((\phi-4)\sin^2 t/\sqrt{1-t^2})\}]$, $M_{y1} \leq M \leq M_{y2}$ (4)

ここに $a_1 = 3\{\sqrt{1-t^2} + \sin^2 t/t\}/4$, $a_2 = \{2(t-t^2)^2 + 3\sqrt{1-t^2} + 3\sin^2 t/t\}/16$, $a_3 = 3/16t$

M_y : 単純曲げの降伏モーメント, $M_{y1} = M_y \sqrt{1-t^2}$: 第1降伏モーメント

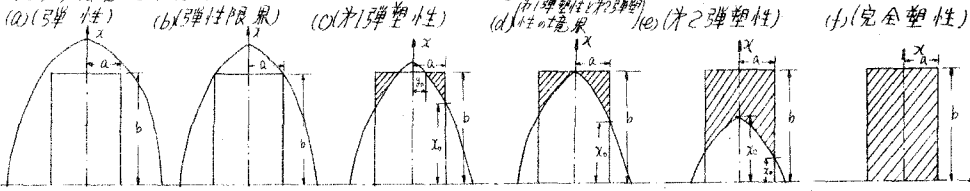
$M_{y2} = M_y \{9\sin^2 t/t + 9\sqrt{1-t^2} - 2(1-t)^2\}/16$: 第2降伏モーメント

第2弾塑性: $M = M_y [a_1 - a_2/\phi^2]$, $M_{y2} \leq M \leq M_{pr}$ (5)

ここに $M_{pr} = a_1 M_y - 3\{\sqrt{1-t^2} + \sin^2 t/t\} M_y/4$: 完全塑性モーメント

式(4), (5)より M/M_y と $\phi/a_0 = \phi$ の関係を t をパラメータとして図示すれば図-6 のごとくなり、 $t \rightarrow 0.5$ 以上では弾性限界が著しく低下することが判読される。なお図中の実線でめされる曲線は $\omega > \omega_y$ なる弾塑性捩りか当初の t と $M/M_y - \phi$ 曲線を表わしたものである。

その誘導は省略した。



また図-7は M と T との関係を求めたもので曲線(I)は弾性限界で曲線(II)は σ_1 弾塑性性と σ_2 弾塑性性との境界をそれぞれ表し、さらに曲線(III)は完全塑性に達したときの M と T との相互作用曲線⁽²⁾をいふものである。

Ⅲ. 曲げ補足歪エネルギー— 構の単位長さ当りに貯えられる曲げ補足歪エネルギー dU/ds は次式で定義される。

$$dU/ds = \int \phi dM - \phi [\varphi \int dM - \int M d\varphi] \quad (6)$$

式(4)(5)を上式に代入すれば、所要の補足歪エネルギーがえられるが φ の無理関数となり、実用性を喪失するので著者らが先に報告した曲げのみの場合⁽¹⁾に用いたエネルギー等置法を適用して上述の難点を排除する。すなわち dU/ds は図-8の斜線の面積 $OAEF$ に相当するゆえ $M/M_p - \varphi$ 曲線のうち $A-C$ 曲線部分を1本の近似直線 AC' (高精度を必要とする場合は2本の直線で近似すればよい。)で置換し、近似直線による補足歪エネルギーの厳密算定値に等しいという条件から勾配 EI/κ を決定すれば $\omega/\omega_p \leq 1$ に対して $\kappa = \frac{4t(15t-t^2-3\sqrt{1-t^2})}{13.0m(1-t-t^2)}$ となり、補足歪エネルギーの实用式⁽¹⁾で

$$\omega/\omega_p > 1 \text{ に対しては } \kappa = 128t/9\pi^2 \text{ となり、補足歪エネルギーの实用式⁽¹⁾で}$$

$$\text{次式をうる。 } \omega/\omega_p \leq 1 \text{ に対して } \frac{dU}{ds} = \frac{M^2}{2EI} + (\kappa-2) \frac{(M-M_p)^2}{2EI}$$

$$\omega/\omega_p > 1 \text{ に対して } \frac{dU}{ds} = \kappa \frac{M^2}{2EI} \quad (7)$$

Ⅳ. 結 び 以上を要約すれば、 σ_1 による一定の捩りモーメント T を受けた一様矩形断面ばりの曲げモーメントと曲率の関係式が完全塑性に達する全段階において求まると、 σ_2 による図-7に示す $M/M_p - T/T_p$ 曲線のうち曲線(III)は塑性解析に重要な相互作用曲線として使用でき、さらに曲線(II)および曲線(IV)はそれぞれ弾塑性解析において必要な境界決定の条件式となりうる。また式(7)に変分原理を適用すれば、かかる組合せ応力に対する補足歪エネルギー法が可能となり、立体構造物の弾塑性解析に拡張適用(うろなどの諸点)が特色として挙げられる。

参考文献

- (1) 山崎大田: 弾塑性捩りの補足歪エネルギーに対する实用式, 第19回土木学会年次学術講演会講演概要, 昭和40年5月
- (2) MC.Stale: The Plastic Bending and Twisting of Square Section Members, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 3, 1955
- (3) 山崎大田: 塑性解析に拡張したエネルギー法, 第19回土木学会年次学術講演会講演概要, 昭和40年5月

