

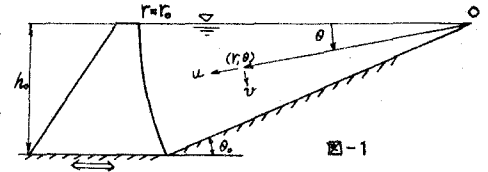
京都大学工学部 正員 土岐 豊三
 京都大学工学部 正員 横山 康夫
 京都大学工学部 正員 ○尾島 勝

1. まえがき

重力ダムやアーチダムに作用する地震時動水圧についての研究は少なくないが、それらの理論解析の多くは、ダムの上流の河床が水平である場合を対象としたものであって、上流の河床：う配の変化による地震時動水圧の影響についてはほとんど考慮が払われず、またその裏付けがほされてないようである。そこで講演者はダムの上流河床：う配の変化が動水圧に及ぼす影響を説明しようとして、理論解析ならびに模型実験を実施し、これまでの慣用式との比較検討を行なった。

2. 堤体のみが振動する場合の理論解析

ダム上流面が図-1に示すような円弧で近似できるダムを対象として解析を行なった。河床：う配は α なる一様：う配と仮定し、ダムから最遠点の水面を座標原点にとり、極座標を用いると、点 (r, θ) の時間 t における動水圧 σ に関する微分方程式は、次の振動方程式で与えられる。



$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + \frac{1}{F} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \theta^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = 0 \quad (C: \text{水中での音速}) \quad (1)$$

いま考える領域を $0 \leq \theta \leq \alpha$, $0 \leq r \leq r_0$ とし、堤体が河流方向に $y_0 = k_0 g / \omega^2 \cdot \sin \omega t$ なる地動を受けるとすれば、境界条件式は次のように表わされる (ρ : 水の密度)。

$$(\sigma)_{\theta=0} = 0, \quad \left(-T \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}\right)_{\theta=\alpha} = 0, \quad \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial \sigma}{\partial r}\right)_{r=r_0} = -k_0 g \sin \omega t \cdot \cos \theta \quad (2)$$

$\sigma(r, \theta, t) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \sin \omega t$ において変数分離の手法を用いると式(2)を満足する式(1)の解は、次式のようになる。

$$\sigma = \frac{4k_0 g F}{\lambda \theta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu_m + (-1)^m \sin \alpha}{\mu_m^2 - 1} \cdot \frac{J_{\mu_m}(\lambda r)}{J_{\mu_m}(\lambda r_0) - J_{-\mu_m}(\lambda r_0)} \cdot \sin \mu_m \theta \cdot \sin \omega t, \quad \mu_m = \frac{(2m-1)\pi}{2\alpha} \quad (m=1, 2, \dots) \quad (3)$$

したがってダム面に働く動水圧の最大値 $(\sigma r_0)_{\max}$ は上式で $J_{\mu_m}(\lambda r) = J_{\mu_m}(\lambda r_0)$, かつ $\sin \omega t = 1$ といった値として与えられる。

3. 堤体と地盤が一体となって振動する場合の理論解析

2.で解析したと同様の座標を用いて解析を行なうに、動水圧に関する基礎微分方程式は式(1)で与えられる。考える領域を $0 \leq \theta \leq \alpha$, $0 \leq r \leq r_0$ として、堤体と地盤がともに河流方向に振動加速度 $f(t)$ を受けるとすれば、境界条件式は次のように表わされる (ρ : 水の密度)。

$$(\sigma)_{\theta=0} = 0, \quad \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial \sigma}{\partial r}\right)_{r=r_0} = f(t) \cdot \cos \theta, \quad \frac{1}{\rho} \left(-T \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}\right)_{\theta=\alpha} = f(t) \cdot \sin \alpha, \quad (\sigma)_{r=0} = 0 \quad (4)$$

また初期条件として $(\sigma/\rho)_t=0 = (\partial\sigma/\partial t)_{t=0} = 0$ とする。

(5)

初期条件 $(\partial\sigma/\partial t)_{t=0} = 0$ を考慮して $\sigma(r, \theta, t) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \cos \omega t$ において式(1)に代入して変数分離を行うと、 r, θ に関する2個の常微分方程式は Sturm-Liouville 型となり、固有関数による $\sigma(r, \theta, t)$ の展開が可能である。Duhamel の解法を用いて非定常解を求めたのち、定常解を定める方法をとった。

まず $f(t) = 0$ の場合を考え、式(4)を満足する式(1)の解を求めると次のようになる。

$$\sigma_r = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A(m, l) \cdot J_m(\lambda_l r) \cdot \sin \mu_m \theta \cdot \cos \omega t \quad (6)$$

ここに、 $A(m, l)$ は未定係数、 μ_m は $\mu_m = (2m-1)\pi/2\theta_0$ ($m=1, 2, \dots$)、 λ_l は $J_m'(\lambda_l R) = 0$ の根である。

次に $f(t) = 1$ の場合を考え、 $1/r \cdot (-\partial\sigma/\partial r)_{r=R} = 1 \cdot \cos \theta$ 、 $1/r \cdot (-\partial\sigma/\partial r)_{r=0} = 1 \cdot \sin \theta$ の関数と式(1)を満足する特解 $-P \cos \theta$ を見出し、これに式(6)を加えたものが解となる。しかるのち初期条件(5) $t=0=0$ を満足するように未定係数 $A(m, l)$ を定めればよい。このようにして $f(t) = 1$ の場合の解が求まるから Duhamel の定理を用いて非定常解は次のように求まる。

$$\sigma(r, \theta, t) = \frac{4PR_0}{\theta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\mu_m + (-1)^m \sin \theta_0}{\mu_m^2 - 1} \cdot \frac{\lambda_l^2 \int_0^t J_m(\lambda_l s) ds}{\left\{ \mu_m(\mu_m - 1) - (\lambda_l R)^2 + \lambda_l R \frac{J_m'(\lambda_l R)}{J_m(\lambda_l R)} \right\}} \cdot J_m(\lambda_l r) \cdot \sin \mu_m \theta \int_0^t f(\tau) \sin \lambda_l(\tau - t) d\tau \quad (7)$$

ここで地震動として $k_0 g/\rho \cdot \cos \omega t$ は定常振動を与える時、ダム面における動水圧の最大値は次式になる。

$$(\sigma_{r/R})_{\max} = \frac{8APPR_0}{\theta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\mu_m + (-1)^m \sin \theta_0}{\mu_m^2 - 1} \cdot \frac{\lambda_l^2 J_m(\lambda_l R)}{\mu_m(\mu_m - 1) - (\lambda_l R)^2 + \lambda_l R \frac{J_m'(\lambda_l R)}{J_m(\lambda_l R)}} \cdot \sin \mu_m \theta \quad (8)$$

4. 実験結果および理論解に対する考察

ダム模型は高さ 30 cm、奥行き 1 m で、河床二面配は $5^\circ, 7.5^\circ, 10^\circ, 12.5^\circ, 15^\circ$ と 5 段階に変化させられるもので、最長水面は 2 m である。実験は水深 21 cm で θ_0 をさきの 5 段階に変え、動水圧を小型水圧計により直接測定した。その結果の一例を図-2 に示した。図中の実線は式(3)より求めた動水圧の最大値を与える理論曲線であり、点線は Westergaard の簡易式による理論値である。 θ_0 が小さい場合は実験値と理論値はほぼ一致している。式(3)を簡易化し共振が生ずる水深 h_0 と周期 T の関係を θ_0 をパラメーターとして図-3 に示した。水深と周期との関係が図の(A)領域に入る場合は共振は起るが(B)領域に入るときには共振を生ずることがわかる。また(A)領域に入る場合で θ_0 が小さい場合には θ_0 の変動による動水圧の値の変動は無視できることがわかる。

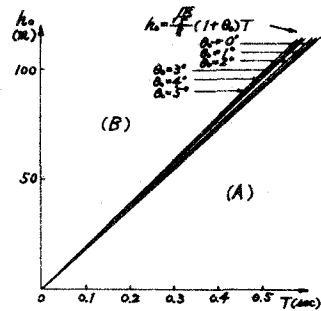


図-3 共振を起す h_0 と T の関係

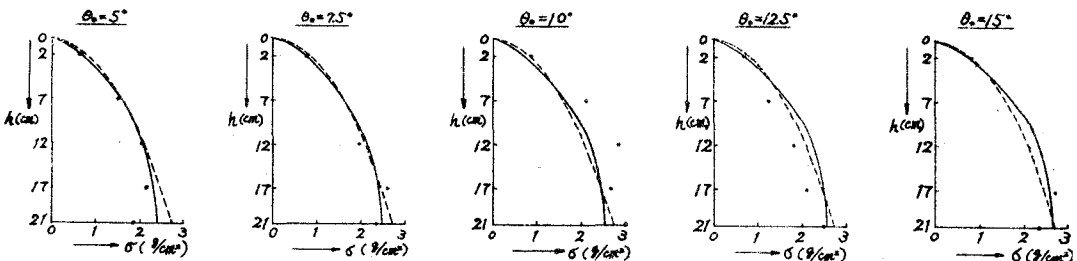


図-2 動水圧分布曲線 ($h_0 = 21$ cm, $k_0 = 0.15$) ・実験値