I－58

多自由度系の過渡ランダム振動

コロンビヤ大学　正員　篠塚正宣
東大生産技術研究所　正員　○伯野元彦

1. はじめに

確率過程論を種々の分野に応用しようとする試みは最近の流行であるが、その波がとうとう土木工学にも押し寄せて、土質力学、岩盤力学、構造物の風による振動問題等々が取り扱われている。
地震工学でもその例外ではなく、既に外国では構造物の地震時応答に関して数多くの論文が現れている。　筆者の一人も遅ればせながらバスに乗り遅れまいとこの論文を書いた次第である。
現在、構造物の地震時応答は電子計算機の出現により、或る特定の地震動に対しては容易く計算できるようになっている。　では何故今更確率論的考察など必要なのだろうか。　その理由は次のようである。　すなわち強震記録は日本には余り得られていないし、設計するに十分なだけ集めるには今後何十年も待たなければならない。　またよしんば十分な数だけ得られたとしても、今後建設する構造物に従来の記録を用いても、同一の地震が同一地点に起る気遣いはない。　しかしそれらの地震によって起される構造物の振動が大体同程度なので、それらを平均または他の統計的処理を施こして設計する事となるだろう。　このように従来の地震記録によって応答計算を行う場合にも最后の結果は統計的処理によらざるを得ない。　それならば最初から或る統計的性質を持った地震を考えて、構造物応答の統計的性質を知ろうではないかというわけである。

2. モデル地震

それでは地震動の統計的性質とは如何なるものであろうか。
現在のところ、地震動について統計的性質を知ろうとする試みも未だ始められたばかりという有様と私は思うが、確実な性質として過渡的なものである事、不確実な性質としてその波形の振動数成分が簡単な函数で表わされるという事が従来言われて来た。　それで次のような2種のモデル地震を考えた。

(i)　$\ddot{f}(t) = \dot{\psi}(t)g(t) + \psi(t)\dot{g}(t)$　　$t > 0$　…(1)

ここに　$\psi(t)$ ：　過渡的な確定時間函数

　　　　$g(t)$ ：　定常ランダム・プロセス

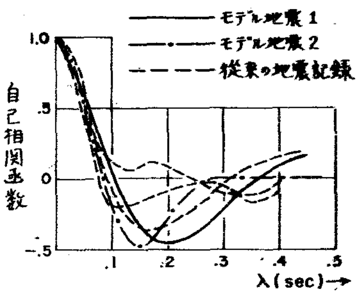
そして、採用した $\psi(t)$, $g(t)$ としては

$$\psi(t) = (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})H(t) \quad \cdots(2)$$

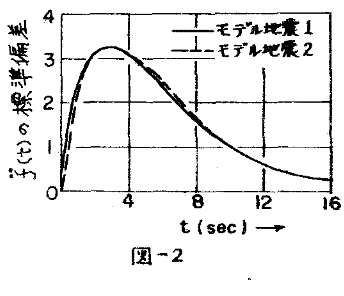
$$E\{g(t)g(s)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\omega)e^{i\omega(t-s)}d\omega \cdots(3)$$

$$\Phi(\omega) = D/\{(\omega_v^2 + \mu_v^2 - \omega^2)^2 + 4\mu_v^2\omega^2\} \cdots(4)$$

つまりこの地震は定常的な不規則波形に過渡的な包絡線を掛け



図－1



図－2

たものである。　その自己相関函数$\rho_1(\lambda)$は(5)式で表わされる。

$$\rho_1(\lambda) = e^{-\mu_\nu|\lambda|}\left(\cos\omega_\nu\lambda - \frac{\mu_\nu}{\omega_\nu}\sin\omega_\nu|\lambda|\right) \cdots(5)$$

(ii) 振幅のランダムなパルス群が一自由度系とみなされる地表層を通過した場合の地震波

$$\ddot{f}(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} A_n\,\psi_n(\tau_n)\,h_a(t-\tau_n) \cdots(6)$$

ここに

$$h_a(t-\tau_n) = \sin\frac{2\pi}{t_0}(t-\tau), \quad t_0+\tau \geq t \geq \tau$$

$$= 0 \qquad \text{他の場合}$$

$N(t)$：強度νのポアソン・プロセス

A_n　：ポアソン・プロセス

この地震波の自己相関函数$\rho_2(\lambda)$は近似的に(7)式で表わされる。

$$\rho_2(\lambda) = \left(1-\frac{|\lambda|}{t_0}\right)\cos\frac{2\pi}{t_0}|\lambda| + \frac{1}{2\pi}\sin\frac{2\pi}{t_0}|\lambda| \cdots(7)$$

$$|\lambda| < t_0$$

3.　構造物の過渡振動

いま構造物の固有振動形φ_{ij}，固有振動数f_jが既に求められているものとしよう。　するとModal Analysisの方法により，振動時の構造物の剪断力の分散その他が次のように求められる

$$\sigma_i^2(dd) = E\{d_i^2(t)\} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} N_{jki}\,Q_{jk}(t;0,0)$$

$$\sigma_i^2(SS) = E\{S_i^2(t)\} = k_i^2\,\sigma_i(dd)$$

$$\sigma_i^2(\dot{d}\dot{d}) = E\{\dot{d}_i^2\} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} N_{ijk}\,Q_{jk}(t;1,1)$$

$$\sigma_i^2(d\dot{d}) = E\{d_i(t)\,\dot{d}_i(t)\} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} N_{ijk}Q_{jk}(t;0,1)$$

ここに

$$Q_{jk}(t;l,m) = E\left\{\frac{d^l}{dt^l}q_j(t)\,\frac{d^m}{dt^m}q_k(t)\right\}$$

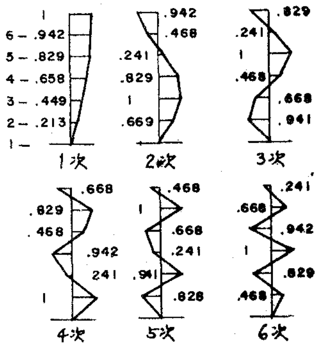
$$N_{jkl} = \{\varphi_{ji} - \varphi_{j(i-1)}\}\{\varphi_{ki} - \varphi_{k(i-1)}\}$$

結局モデル地震1の場合は

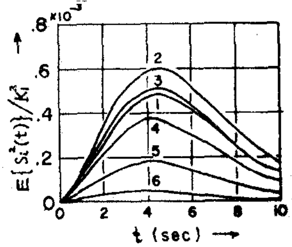
$$Q_{jk}(t;l,m) = \frac{b_j b_k}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\omega)\,d\omega\int_0^t\!\!\int_0^t \frac{\partial^l}{\partial t^l}h_j(t-\tau_1)\frac{\partial^m}{\partial t^m}h_k(t-\tau_2)\,e^{i\omega(\tau_1-\tau_2)}$$

$$\times\left\{\dot\psi(\tau_1)\dot\psi(\tau_2) + i\omega\{\psi(\tau_1)\dot\psi(\tau_2) - \dot\psi(\tau_1)\psi(\tau_2)\} + \omega^2\psi(\tau_1)\psi(\tau_2)\right\}d\tau_1\,d\tau_2$$

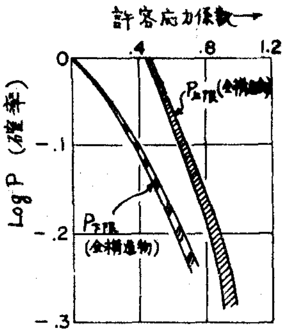
モデル地震2の場合は紙面の関係で省略。　こうして数値計算された例で，図－1はモデル地震と従来の地震記録の自己相関の比較，図－2はモデル地震の標準偏差の過渡的状態，図－3は数値計算に採用した構造物の固有振動形，図－4は塔状構造物各点に生じた剪断力の分散と時間の関係。　図－5はモデル地震1の場合に構造物が特定の剪断応力を越える確率*が，その剪断応力が変るに従い，どのように変化するかを示したものである。



図－3



図－4



図－5

* A. M. Freudenthal，篠塚正宣「地震による構造物の破損の確率」土木学会論文集 No.118