I—52　列車による橋脚の沈下

鉄道技術研究所　正員　小林芳正

1．理論

列車による橋脚の沈下は列車による荷重が橋桁の剪断力を介して橋脚に伝えられることによって起る。したがって列車による橋脚の沈下においては橋桁の動的たわみと列車荷重の動的性質が問題となる。より厳密には橋脚の沈下自体橋桁末端の支持条件に関係するので，これも含めて考えればVolterra型第2種積分方程式となるが、一般に桁のたわみに対して橋脚の沈下は微小として無視することができる。すなわち，桁のたわみと橋脚の沈下の間には相互作用があるが，桁のたわみが橋脚の沈下におよぼす作用の方が主要であるということである。

一様な断面の梁に$P(x,t)$なる外力が作用するときその横振動の運動方程式は

$$\partial^4 y/\partial x^4 + (1/a^2)\cdot\partial^2 y/\partial t^2 = P(x,t)/EI$$

ここにy；たわみ，x；桁の一端からの距離，t；時間，E；ヤング率，I；断面二次率，$a^2=EI/\rho S$.

(1) 走行荷重の大きさが一定のとき

荷重P_0が一定速度Vで走行するとき

$$P(x,t) = P_0\cdot\delta(x-Vt) \tag{1}$$

と表わされる。Sneddonに従い，有限sine変換をもちいて

$$\begin{aligned} y(x,t) = {} & \frac{2L^4 a V P_0}{\pi^3 EI}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3(L^2V^2-n^2\pi^2a^2)}\cdot\sin\left(\frac{n^2\pi^2 a t}{L^2}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \\ & -\frac{2L^3 a^2 P_0}{\pi^2 EI}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2(L^2V^2-n^2\pi^2a^2)}\cdot\sin\left(\frac{n\pi V t}{L}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\end{aligned} \tag{2}$$

桁端における剪断力は$-EI(\partial^3 y/\partial x^3)_{x=L}$として求められる。

さて，橋脚の上下固有振動数は10 c/s以上と考えられるから，観測において低い振動数のみに着目することにすれば剪断力のうち(2)の第1項によるものは無視でき，橋脚の沈下は，橋脚上下振動の減衰が特に大でない限り，橋脚天端に与えられる加速度すなわち桁端剪断力に比例し，基礎地盤反力に逆比例すると考えてよい。これは傾斜計などによる観測結果にも合致している。

よって，橋脚の沈下zは地盤反力係数をkとすると

$$z = \frac{-2\pi a^2 P_0}{k}\sum_{n=1}^{m}\frac{(-1)^n\cdot n}{L^2V^2-n^2\pi^2a^2}\cdot\sin\left(\frac{n\pi V t}{L}\right)\qquad(m<10\text{程度}) \tag{3}$$

(3)によれば，共振速度は$V \fallingdotseq 411$ mとなるが，実際上この速度効果は無視でき，桁のたわみについては静力学的に考えてよい。したがって

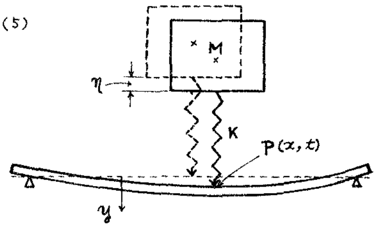
$$z = \frac{2P_0}{\pi k}\sum_{n=1}^{m}\frac{(-1)^n}{n}\cdot\sin\left(\frac{n\pi V t}{L}\right) \tag{4}$$

(2) 車両のバネ上荷重の影響

実際には荷重は一定でなく，バネ上荷重の振動にもとづく変動は無視できない。客車，電車，附ずい車，電動車などはいずれも1.5～2.5 c/sの上下およびピッチング固有振動数をもっている。

右図のようなモデルを考えると運動方程式はつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned}
&\partial^4 y/\partial x^4 + (1/a^2)\cdot\partial^2 y/\partial t^2 = P(x,t)/EI\\
&P(x,t) = M(g-\ddot{\eta})\cdot\delta(x-Vt)\\
&M\ddot{\eta} + K\eta = K\cdot y(Vt,t)
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$



これを厳密に解くのは困難なのでつぎのような近似解を求めることにする。

$\ddot{\eta}_1 = 0$ と仮定し y_1 を解く

y_1 をもちいて $\ddot{\eta}_2$ を解く（$\ddot{\eta}_2$ を求める）

$\ddot{\eta}_2$ をもちいて y を解く

$\ddot{\eta}_1 = 0$ とし，（1）におけると同様の近似を行なえば(2)から

$$y_1 = \frac{2P_0L^3}{\pi^4 EI}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}\cdot\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\pi Vt}{L}\right) \qquad (6)$$

$$\ddot{\eta}_2 = \frac{KP_0L^3}{M\pi^4 EI}\sum_{n}^{\infty}\left\{\left(1+\frac{K}{M\left(\frac{2n\pi V}{L}\right)^2-K}\right)\cdot\frac{1}{n^4}\cdot\cos\sqrt{\frac{K}{M}}\,t - \frac{M}{M\left(\frac{2n\pi V}{L}\right)^2-K}\cdot\frac{1}{n^4}\left(\frac{2n\pi V}{L}\right)^2\cos\left(\frac{2n\pi Vt}{L}\right)\right\} \qquad (7)$$

$$z = \frac{2P_0}{\pi k}\sum_{n}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\cdot\sin\left(\frac{n\pi Vt}{L}\right)\cdot\left[1-\frac{KL^3}{\pi^4 EI}\left\{\left(1+\frac{K/M}{\left(\frac{2\pi V}{L}\right)^2-K/M}\right)\cdot\cos\sqrt{\frac{K}{M}}\,t\right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{1}{\left(\frac{2\pi V}{L}\right)^2-K/M}\cdot\frac{4\pi^2V^2}{L^2}\cdot\cos\frac{2\pi Vt}{L} - \frac{1}{4\left(\frac{2\pi V}{L}\right)^2-K/M}\cdot\frac{\pi^2V^2}{L^2}\cos\frac{4\pi Vt}{L} - \frac{1}{9\left(\frac{2\pi V}{L}\right)^2-K/M}\cdot\frac{4\pi^2V^2}{9L^2}\cdot\cos\frac{6\pi Vt}{L}\right\}\right]$$

(8)

ただし，(8)式は高次の項を無視した近似解である。

2．測定例

右に測定例を示す。

動線輪型振動計；

T_0 = 1 sec，k = 0.3~0.4，

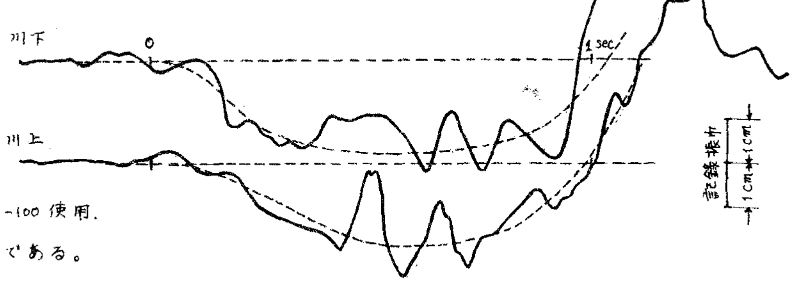
積分回路附増巾器；

CR = 0.20，平担な増巾率をもつ部分の綜合倍率は約700倍．G-100使用．

正確な沈下量は計算中である。

北陸本線，動橋（いぶりばし）川橋りょう，NO.2 P

上り客，ED70　58 K/k.



3．概括

列車による橋脚の沈下に対する主な動的効果は車両のバネ上荷重の振動からくる。橋桁および橋脚自身の運動は近似的には無視できる。固有周期1秒程度の上下動振動計をもちいた測定結果から橋脚基礎地盤反力を推定できる見込みがある。

4．参考文献

橋本香一；鉄道橋の衝撃，鋼橋示方書とプレストレスト　コンクリート指針，昭30．8．

大地羊三；鉄道橋の衝撃係数，鉄道技術研究報告，NO. 370，Oct. 1963

萩原尊礼；振動測定　302/307，宝文館，昭19．3．

Sneddon I.N.; Fourier Transforms 110/120, McGraw-Hill, 1951