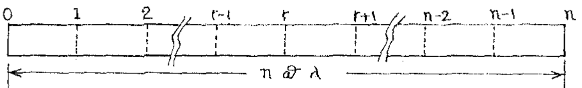
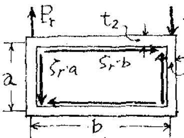
Ⅰ－47　曲げ捩りをうける薄肉箱桁の隔壁の効果について

室蘭工業大学　能町純雄

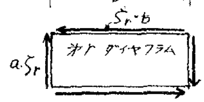
1. 緒言　表題の理論的研討のため，ダイヤフラムによってn等分された矩形箱桁を考る。部分の長さをλ，断面の変形はn＋1個のダイヤフラムのみによって阻止されるとし，外力はAD両頂点の偶力によると考えて，節点rの反り歪み $\dot{U}_r$ と回転 φ_r に関する差分方程式を求めて議論を進める。



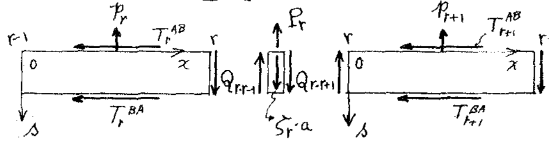
図－1



図－2



図－3



図－4

2. 第rパネルについての変位剪断方程　断面は図－3の通りである。パネルr（ダイヤフラムr-1，とrの間）のAB部材に注目し図－4のように s，x をとりそれぞれの方向の変位を w，u また法線方向力を p_s，p_x せん断流を q とすれば

$$\frac{\partial p_s}{\partial s} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (1), \qquad \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial s} = 0 \quad (2), \qquad q = Gt_1\left(\frac{\partial u}{\partial s} + \dot{w}\right) \quad (3)$$

A，B両端の変位を u^A，u^B として p_x について平面保持を仮定すると

$$p_x = Et_1\left(\dot{u}_A\left(1-\frac{s}{a}\right) + \dot{u}_B\frac{s}{a}\right) \quad (4), \qquad \text{ただし}\quad \dot{u} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

(4)，と(2)から

$$q = T_r^{AB} - E\ddot{u}^A t_1\left(s - \frac{s^2}{2a}\right) - E\ddot{u}^B t_1\frac{s^2}{2a} \quad (5).$$

断面の2軸対称性と荷重の逆対称性から各頂点のx方向変位は　$u^A = u^C = -u^B = -u^D = u$，(5)と(1)から

$$T_r^{AB} = \frac{Eat_1}{6}\ddot{u} + \frac{\bar{p}_r}{a} + C_r^{AB} \quad (6), \qquad \text{ただし}\quad \bar{p}_r = \int p_r\,dx.$$

$$Q_{r-1,r}^{AB} = \frac{(\bar{p}_r)_0}{a} + C_r^{AB} \quad (7), \qquad Q_{r,r-1}^{AB} = \frac{(\bar{p}_r)_\lambda}{a} + C_r^{AB} \quad (8).$$

同様に，

$$T_r^{AD} = \frac{Ebt_2}{6}\ddot{u} + C_r^{AD} \quad (9), \qquad Q_{r-1,r}^{AD} = C_r^{AD} \quad (10)$$

$$Q_{r,r-1}^{AD} = C_r^{AD} \quad (11),$$

図－3における節点rのせん断力の釣合は　$Q_{r,r-1}^{AB} - Q_{r,r+1}^{AB} = S_r + P_r$　(12).

$$\therefore\ a\Delta C_r^{AB} = \bar{p}_{r,\lambda} - \bar{p}_{r+1,0} + S_r a - P_r, \quad (13). \qquad \text{同様にADについて}\quad b\Delta C_r^{AD} = S_r b \quad (14);$$

頂点Aにおけるせん断流の釣合から

$$T_A^{AB} + T_r^{AD} = 0, \qquad \therefore\ K\ddot{U} + \frac{\bar{p}_r}{a} + C_r^{AB} + C_r^{AD} = 0 \quad (15) \quad (K = E(at_1 + bt_2)/6)$$

C_r^{AB}，C_r^{AD} はXについて常数であるから，上式をXについて一度微分し逐次積分して次のように書くこともできる。

$$K\dot{U} + \frac{\bar{p}_r}{a} - K\dot{U}_r\frac{x}{\lambda} - K\dot{U}_{r-1}\frac{\lambda - x}{\lambda} = 0 \quad (16)$$

$$K\bar{U} + \frac{\bar{\bar{p}}_r}{a} - K\dot{U}_{r-1}\frac{\lambda^2}{6}\left\{\left(\frac{x}{\lambda}\right)^2 - \frac{x}{\lambda}\right\} + K\dot{U}_r\frac{\lambda}{6}\left\{\left(\frac{x}{\lambda}\right)^3 - 3\left(\frac{x^2}{\lambda^2}\right) + 2\left(\frac{x}{\lambda}\right)\right\} - K\bar{U}_r\frac{x}{\lambda} - K\bar{U}_{r-1}\frac{\lambda - x}{\lambda} = 0 , \qquad (17)$$

ただし $\bar{p}_r$, $\bar{\bar{p}}_r$ は $x=0, \lambda$ で 0 になるように選ぶ。(16) を一度微分して (15) と比らべると

$$C_r^{AB} + C_r^{AD} = \frac{K}{\lambda}\Delta\dot{U}_{r-1} \qquad (18), \qquad (\Delta F_r = F_{r+1} - F_r).$$

また U_r は $(r-1, r)$ 区間でも $(r, r+1)$ 区間でも同じ値であるから (17) を微分して

$$\lambda\frac{Ka}{6}(\Delta^2\dot{U}_{r-1} + 6\dot{U}_r) = \frac{K}{\lambda}a\Delta^2\bar{U}_{r-1} - (\bar{\bar{p}}_{r+1,0} - \bar{\bar{p}}_{r,\lambda}) \qquad (19)$$

3, 回転 φ に関する式

公式 (3) を λ で積分して平均値をとれば

$$Gt_1\dot{w}_{AB} = 2Gt_1U/a + \bar{p}_r/a + 2C_r^{AB} \qquad (20), \qquad Gt_2\dot{w}_{AB} = 2Gt_2U/b + 2C_r^{AD}, \qquad (21)$$

部材 AB の回転を φ^{AB} AD の回転を φ^{AD} とすると

$$Gt_2(\dot{w}_{AD} - \dot{w}_{CB}) = Gt_2a\dot{\varphi}^{AB} = 4Gt_2U/b + 2C_r^{AD} \qquad (22)$$

$$Gt_1(\dot{w}_{BA} - \dot{w}_{CD}) = Gt_1b\dot{\varphi}_{AD} = -4Gt_1U/a - 2\bar{p}_r/a - 2C_r^{AB} \qquad (23)$$

(22), (23) を x について $r-1$ から r まで積分して，$\varphi_r^{AB} = \varphi_r^{AD} = \varphi_r$ なることを考え，$(22)\times t_1b + (23)\times t_2a$ と $(22) + (23)$ を作れば

$$2Gt_1t_2ab(\varphi_r - \varphi_{r-1}) = -2\lambda(bt_1C_r^{AB} - at_2C_r^{AD}) \qquad (24)$$

$$G(at_2 + bt_1)(\varphi_r - \varphi_{r-1}) - \frac{4G(bt_1 - at_2)}{ab}(\bar{U}_r - \bar{U}_{r-1}) = 2\lambda(C_r^{AB} - C_r^{AD}) \qquad (25)$$

4, 基本差分方程式

前式 (13), (14) を (18) 式に代入して

$$\frac{K}{\lambda}\Delta^2\dot{U}_{r-1} = 2S_r + \frac{\bar{p}_{r\lambda} - \bar{p}_{r+1,0}}{a} - \frac{P_r}{a} \qquad (26)$$

(13), (14), (24) から $\qquad 2Gt_1t_2ab\Delta^2\varphi_{r-1} = -2S_r\lambda(bt_1 - at_2) + \frac{2bt_1}{a}\lambda(\bar{p}_{r\lambda} - \bar{p}_{r+1,0} - P_r) \qquad (27)$

(13), (14), (25) から $\qquad G(at_2 + bt_1)\Delta^2\varphi_{r-1} - \frac{4G(bt_1 - at_2)}{ab}\Delta^2\bar{U}_{r-1} = \frac{2\lambda}{a}(\bar{p}_{r\lambda} - \bar{p}_{r+1,0} - P_r) \qquad (28)$

(26) と (27) から S_r を消去して

$$2Gt_1t_2ab\Delta^2\varphi_{r-1} - \frac{K}{\lambda}(bt_1 - at_2)\Delta^2\dot{U}_{r-1} = -\frac{(bt_1 + at_2)}{a}\lambda(P_r + \bar{p}_{r+1,0} - \bar{p}_{r\lambda}) \qquad (29)$$

(19) と (28) から $\bar{U}_r$ を消去して

$$G(at_2 + bt_1)\Delta^2\varphi_{r-1} - \frac{4G\lambda^2}{6ab}(bt_1 - at_2)(\Delta^2\dot{U}_{r-1} + 6\dot{U}_r) = -\frac{2\lambda}{a}(P_r + \bar{p}_{r+1,0} - \bar{p}_{r\lambda})$$
$$+ \frac{4G(bt_1 - at_2)}{a^2bK}\lambda(\bar{\bar{p}}_{r+1,0} - \bar{\bar{p}}_{r\lambda}) \qquad (30)$$

上式は，二軸対称矩形断面の $n+1$ 個のダイヤフラムで等分された箱桁がダイヤフラムの位置で断面変形を許さない場合の基本差分方程式で，n が無限大で BENSCOTER 式と一致する。偶数パネルを有する桁が中央パネル上に単一偶力をうけるときのその点の最大反り応力とパネル数との関係は右図の通りである。