ラーメン解法に関する新公式と長支間ラーメン橋へのその適用

大阪工業大学　正員　工博　重松恩

本文は部材変角(R)の生ずるラーメンの解法に対して一般に slope deflection 公式を適用すると未知量(θ, R)の数が多いので，その数を半減しうる新公式によってθに関する連立条件式(Rを消去せる内容の条件式)を作り，そのθの値から部材モーメントの値を，また必要あればRの値をも求めうることを示し，これをラーメン橋について計算例を与えるものである。

1) 各公式とその取扱法

一般に，　$6K_{ab}\theta_a = 2M_{ab} - M_{ba} + 6K_{ab}R_{ab}$　，　$6K_{ab}\theta_b = 2M_{ba} - M_{ab} + 6K_{ab}R_{ab}$　(A)

(A)から，　$M_{ab} = 2K_{ab}(2\theta_a + \theta_b - 3R_{ab})$　，　$M_{ba} = 2K_{ab}(2\theta_b + \theta_a - 3R_{ab})$　(B)

abに関するせん断力，　$S_{ab} = -\frac{1}{l}(M_{ab} + M_{ba}) = -6\frac{K_{ab}}{l}(\theta_a + \theta_b - 2R_{ab})$　(C)

(C)を(A)に代入，式は(B)に代入してRを消去することにより，

$M_{ab} = K_{ab}(\theta_a - \theta_b) - \frac{1}{2}S_{ab}l$　，　$M_{ba} = K_{ab}(\theta_b - \theta_a) - \frac{1}{2}S_{ab}l$　(1)

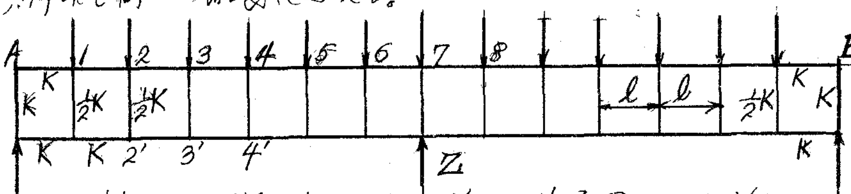
式(1)，Slope shear 公式をRの生ずる部材に適用し，Rの生ぜない部材に式(B)を適用してθの値を解けば部材のモーメントMの値が求まる。このときRを知るには

式(C)から，　$R_{ab} = \frac{1}{2}\theta_a + \frac{1}{2}\theta_b + \frac{1}{12K_{ab}}S_{ab}l$　(2)

なお参考までに，　$M_{ab} = 2K_{ab}(\theta_a - R_{ab}) - \frac{1}{3}S_{ab}l$　，　$M_{ba} = 2K_{ab}(\theta_b - R_{ab}) - \frac{1}{3}S_{ab}l$　(D)

式(1)の適用には，その部材の shear の値が要求される。多向多戸構造の連柱材などではその shear の分担量が最初に不明であるが，同一戸においてRの等しい条件から shear の値が定められる。Mの算定には式(1)のほか(B)，(D)何れの式によってもよく，何れも同一の結果を与える。

2) 例解



図示するラーメン橋ABにおいて外側材の剛率をK，内部の総ての柱材のそれを$\frac{1}{2}K$とする。上部各節点に荷重Pを与えた場合，また更に中央に示す支承(反力Z)を加えた場合について，部材のM及び反力Zの計算。

解：　基本式

$$\begin{cases} M_{A1} = K(\theta_a - \theta_1) - \frac{1}{2}S_{A1}l \\ M_{AA'} = 2K(3\theta_A) \end{cases} \quad \begin{cases} M_{1A} = K(\theta_1 - \theta_A) - \frac{1}{2}S_{A1}l \\ M_{12} = K(\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{2}S_{12}l \end{cases}, \quad M_{11'} = K(3\theta_1)$$

よって次の連立式が成立される。

θ_A	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	$(\theta_7=0)$		但
7	−1						$= \frac{1}{2}S_{A1}l$	$(=W_A)$	$S_{A1} = -\frac{1}{4}Z + \frac{13}{4}P$
−1	5	−1					$= \frac{1}{2}S_{A1}l + \frac{1}{2}S_{12}l$	$(=W_1)$	$S_{12} =$ 〃 $+ \frac{11}{4}P$
	−1	5	−1				$= \frac{1}{2}S_{12}l + \frac{1}{2}S_{23}l$	$(=W_2)$	$S_{23} =$ 〃 $+ \frac{9}{4}P$

$\theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6$

$1 \quad 5 \quad 1 \qquad = \frac{1}{2}S_{23}l + \frac{1}{2}S_{34}l \; (= W_3 \qquad S_{34} = -\frac{1}{4}Z + \frac{7}{4}P$

$\quad 1 \quad 5 \quad 1 \qquad = \frac{1}{2}S_{34}l + \frac{1}{2}S_{45}l \; (= W_4 \qquad S_{45} = 〃 + \frac{6}{4}P$

$\qquad 1 \quad 5 \quad 1 \; = \frac{1}{2}S_{45}l + \frac{1}{2}S_{56}l \; (= W_5 \qquad S_{56} = 〃 + \frac{5}{4}P$

$\qquad\quad 1 \quad 5 \; = \frac{1}{2}S_{56}l + \frac{1}{2}S_{67}l \; (= W_6 \qquad S_{67} = 〃 + \frac{4}{4}P$

但 $W_A = \frac{1}{2}S_{A1}l = -\frac{1}{8}Z + \frac{13}{8}P$

$W_1 = -\frac{1}{4}Z + \frac{9}{4}P \qquad W_3 = -\frac{1}{4}Z + \frac{8}{4}P \qquad W_5 = -\frac{1}{4}Z + \frac{5}{4}P$

$W_2 = 〃 + \frac{9}{4}P \qquad W_4 = 〃 + \frac{6}{4}P \qquad W_6 = 〃 + \frac{3}{4}P$

連立式を解く方法として，任意の一外力による弾性エネルギーの減衰伝達する範囲だけを分割計算する．例えばW_Aによって生ずる主なる変形θ_Aとθ_1，θ_2の関係からθ_Aの全解を求める。このとき変形エネルギーのその周辺への減衰率(μ)の値が知られるのでθの値が簡単に計算される。

i) θ_Aの算出 $\quad 1+5\mu-\mu^2=0 \quad \mu=.208,71$

$7\theta_A-\theta_1=W_A \quad (7-\mu)\theta_A=W_A\,,\ \mu\theta_A=\theta_1\,,\ \mu\theta_1=\theta_2\,,\ \mu\theta_2=\theta_3$

$\therefore\ \theta_A=.147,25W_A\,,\ \theta_1=.030,74W_A\,,\ \theta_2=.006,41W_A\,,\ \theta_3=.001,89W_A$

$\therefore\ \theta_A=.147,25W_A+.030,74W_1+.006,41W_2+.001,89W_3$

ii) θ_3の算出

$(-\mu+5-\mu)\theta_3=W_3 \quad \therefore\ \theta_3=.218,22W_3\,,\quad \theta_2=\mu\theta_3=\theta_4=.045,54W_3$

$\therefore\ \theta_3=\cdots+.045,54W_2+.218,22W_3+.045,54W_4+\cdots$

かくしてθの解答表を示す。またZの値を求むる為Rの値を算定する。

	W_A	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	Z	P
$K\theta_A=$	.147,25	.030,74	.006,41	.001,34	.001,89			$=-.028,02$	$+.350,21$
$\theta_1=$	.030,74	.215,12	.044,89	.009,37	.001,89			$=-.071,61$	$+.829,12$
$\theta_2=$	.006,41	.044,89	.218,06	.045,51	.009,50	.001,90		$=-.080,79$	$+.797,64$
$\theta_3=$	.001,34	.009,37	.045,54	.218,22	.045,54	.009,57	.001,90	$=-.082,79$	$+.659,13$
$\theta_4=$		.001,89	.009,50	.045,54	.218,16	.045,45	.009,09	$=-.082,41$	$+.402,81$
$\theta_5=$			.001,90	.009,37	.045,45	.217,81	.043,58	$=-.079,52$	$+.331,25$
$\theta_6=$				.001,90	.009,09	.043,56	.208,71	$=-.065,81$	$+.165,35$

$R_{A1}=\frac{1}{2}(\theta_A+\theta_1)+\frac{1}{12K}S_{A1}l=-.070,68Z+.859,50P$

$R_{12}=-.097,05Z+1.042,55P \qquad R_{34}=-.103,48Z+.676,35P \qquad R_{56}=-.093,50Z+.386,8P$

$R_{23}=-.102,62Z+.915,88P \qquad R_{45}=-.101,80Z+.471,20P \qquad R_{67}=-.053,74Z+.103,5P$

$R_{A1}+R_{12}+\cdots+R_{67}=0\,,\quad -.622,82Z+4.385,78P=0$

$\therefore\ Z=7.041,7P$

$M_{A1}=K(\theta_A-\theta_1)-\frac{1}{2}S_{A1}l=.168,64Z-2.093,9P=-.906,4P$

$M_{34}=K(\theta_3-\theta_4)-\frac{1}{2}S_{34}l=.124,62Z-.618,68P=\ .258,8P$

$M_{67}=K(\theta_6)-\frac{1}{2}S_{67}l=.059,19Z+.040,4P=\ .467,9P$