

徳島大学工学部 正員 星 治雄

徳島大学工学部 正員 ○ 神田 睦

1. まえがき

主桁と横桁とが直交した、いわゆる直格子桁の曲げ振動に関する研究はかなり進んでいるが、簡略で実用的な計算方法はまだ示されていないように見受けられる。この報告では、1次固有振動数を対象とした簡易な計算方法を提案するものである。まず、格子桁を、横桁の位置に集中質量と弾性支承とを有する互いに独立した、主桁と同数の弾性支持連続梁(置換梁とよぶことにする)に置き換え、その固有振動数を求めようとするものである。その際、横桁の影響に代る集中質量には横桁の質量を用い、弾性支承のバネ常数は横桁の静力学的釣合を満足し、しかも各置換梁の振動数が等しくなるように定めるのである。この置換梁の固有振動数は、エネルギー法により、Lagrangeの運動方程式から求めた。その際に、バネの運動エネルギー、および、位置エネルギーは無視した。

2. 弾性支持連続梁(置換梁)の1次固有振動数

図-1のように、スパン l_0 、曲げ剛性 EI_0 、および、集中質量 m_0 である一様な梁に、図-1に示すような、集中質量とバネ支承とが付加せられた梁について考える。

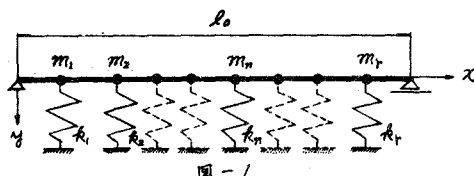


図-1

$g_j (j=1, 2, \dots)$ を一般座標とすると、梁の運動エネルギー T 、および位置エネルギー V は、それぞれ、

$$T = \frac{m_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} \dot{g}_j^2, \quad V = \frac{EI_0 \pi^4}{4 l_0} \sum_{j=1}^{\infty} j^4 g_j^2 \quad (1)$$

である。集中質量 m_n の存在する点 x_n における変位 y_n は、式-(2)で表わし得る。集中質量と弾性支承とが梁におよぼす力を R とすると、 R に対する Lagrange の運動方程式中の一般力 Q_j は、式-(3)で示すようになる。

$$y_n = \sum_{j=1}^{\infty} g_j \sin \frac{j\pi x_n}{l_0} \quad (2), \quad Q_j = \sum_{n=1}^r R_n \sin \frac{j\pi x_n}{l_0} \quad (3)$$

つきに、質量 m_n の運動方程式は式-(4)に示すようになる。

$$m_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} = -R_n - k_n y_n \quad (4) \text{ 変形すると, } R_n = -m_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} - k_n y_n \quad (4')$$

式-(4)を式-(2)に代入し、 R_n を消去し、その Q_j と式-(1)とを、Lagrange の運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{g}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial g_j} = - \frac{\partial V}{\partial g_j} + Q_j \quad (\text{ただし, } j=1, 2, \dots) \quad (5)$$

に代入すれば、振動数方程式として、式-(6)が得られる。

$$\frac{m_0}{2} \frac{d}{dt} \dot{g}_j = \frac{EI_0 \pi^4}{2 l_0} j^4 g_j + \sum_{n=1}^r \left(m_n \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi x_n}{l_0} - k_n \sum_{i=1}^{\infty} g_i \sin \frac{i\pi x_n}{l_0} \right) \sin \frac{j\pi x_n}{l_0} \quad (6)$$

ここで、 g_1 に比べて、 $g_2, g_3, \dots$ を微量とみなして無視すれば、式-(6)は式-(7)になる。

$$\ddot{q}_j \sim -\frac{EI_0 \pi^4}{m_0 l_0^4} j^4 g_j + \frac{2}{m_0} \sum_{n=1}^{\infty} \left(-m_n g_1 \sin \frac{\pi X_n}{l_0} - l_n g_1 \sin \frac{\pi X_n}{l_0} \right) \sin \frac{\pi X_n}{l_0} \quad (7)$$

ここで、 $g_j = w_j \sin \nu t$ (8), (w_j : 時間に無関係な振巾), とすれば、1 次の振動数は、つぎの式-(8)で与えられる。

$$\nu = \sqrt{\left(\frac{EI_0 \pi^4}{m_0 l_0^4} - \frac{2}{m} \sum_{n=1}^{\infty} l_n \sin \frac{\pi X_n}{l_0} \right) / 1 + \frac{2}{m_0} \sum_{n=1}^{\infty} m_n \sin^2 \frac{\pi X_n}{l_0}} \quad (9)$$

3 集中質量 m_n , バネ常数 l_n , および格子桁の固有振動数 ν の決定方法。

集中質量 m_n は横桁の自重による節点力を重力加速度 g で除したものをを用いる。バネ常数 l_n は、静力学的に各主桁へおよぼす力の総和は0であるという条件 $\sum l_n \times y = 0$ を満足し、しかも、あのあの置換梁の振動数を等しくするように定め、そのときの振動数を格子桁の近似的固有振動数とする。

4 模型実験値と計算値との比較

模型実験は図-2に示す断面諸元を有するグループと、図-3に示す断面諸元を有するグループの2つのグループについて、それぞれ横桁数、横桁断面、主桁間隔を変化せしめた場合について行なった。図-3のグループに対する比較を表-1に示し、図-3のグループに対する比較を表-2に示す。

5 むすび

非常に簡単な計算
(良好な結果が得られ
たものと思う。

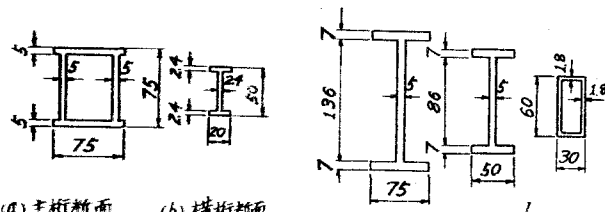
他の理論による計算
値との比較、その他について
の詳細は講演会当日述べる。

	18	144	143
	48	144	142
	96	143	144
	18	144	147
	48	143	146
	96	141	140
	18	144	144
	48	144	139
	96	143	139
	18	144	143
	48	143	137
	96	142	134
		145	148

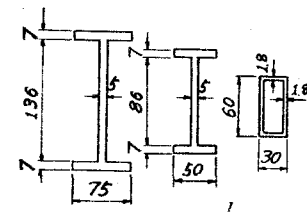
表-1 実験グループ(イ)との比較

	I	30	36.7	35.4
		60	35.6	35.3
		120	33.7	35.2
	I	30	37.5	35.5
		60	37.3	34.7
		120	36.7	35.1
	I	30	36.1	33.9
		60	34.6	34.0
		120	32.1	32.0
	I	30	37.4	35.9
		60	37.0	35.9
		120	36.2	33.5
	I	30	35.6	32.7
		60	33.7	33.4
		120	32.7	27.8
	I	30	37.3	34.7
		60	36.7	35.4
		120	35.7	34.4
	I	30	36.3	35.3
		60	34.9	34.9
		120	32.3	33.0
	I	30	37.4	35.5
		60	37.1	36.0
		120	36.3	35.5
	I	30	35.6	34.5
		60	33.7	32.7
		120	30.4	31.5
	I	30	37.2	34.0
		60	36.7	35.2
		120	35.6	34.7
	I	30	34.9	30.0
		60	32.6	33.6
		120	28.5	31.5
	I	30	37.1	35.6
		60	36.3	35.3
		120	34.9	35.7
			37.8	37.0

表-2 実験グループ(ロ)との比較



(a) 主桁断面 (b) 横桁断面



(a) 主桁断面 (b) 横桁断面

	F (cm)	I (cm ⁴)	J (cm ⁴)
主桁	14.00	250.1	158.0
横桁	1.92	5.60	

主桁	主桁間隔
480	96 48 18

図-2 実験グループ(イ)

	F (cm)	I (cm ⁴)	J (cm ⁴)
主桁	17.30	642.0	2.282
横桁I	13.29	218.6	
横桁II	3.11	14.53	

主桁	主桁間隔
360	120 60 30

図-3 実験グループ(ロ)