

I-22 多層棒内の応力伝播に関する研究

京都大学工学部 正員 丹羽 義次
 京都大学工学部 正員 小林 昭一
 京都大学工学部 正員 佐藤 誠
 京都大学工学部 学生員 岡崎 悌次

1. まえがき

筆者らは現在まで構造物(棒, 梁, 板など)内の応力伝播についての研究を行ってきた。ここでは軸方向に着弾による衝撃を受ける多層の棒構造を対象にし, 弾性理論および図式解法に考察を加え実験結果と比較検討した。

2. 不連続面が存在する場合の棒の運動方程式

いま衝撃端を原点として図-1のような不連続面を有する多層棒を考える。各層の縦波の速度、層の長さ、伝播時間は図-1に示した通りである。

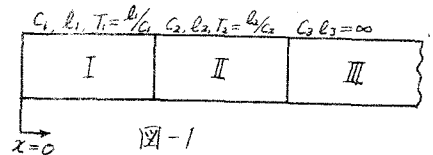


図-1

α_{ij} を応力波が層 i から層 j へ反射する場合の反射係数, β_{ij} を層 i から層 j へ透過する場合の透過係数とする。また f_i を層 i における進行波, g_i を層 i における後退波とすると, 層 i における変位は波動方程式の解として $u_i = f_i(c_1 t - x) + g_i(c_1 t + x)$ と表わされる。

つぎに $f_i(z)$, $g_i(z)$ において z の各区間における f_i , g_i を求める。 $\beta_{ij} = k_{ij}$ とおくと,

g_1 について $0 \leq z < 2l_1$: $g_1(z) = 0$,

$$2l_1 \leq z < 2l_1 + 2k_{12}l_2 : g_1(z) = \alpha_{21}f_1(z - 2l_1),$$

$$z \geq 2l_1 + 2k_{12}l_2 : g_1(z) = \alpha_{21}f_1(z - 2l_1) + \beta_{21}g_2(k_{21}z + (1 - k_{21})l_1).$$

以下同様にして g_2 , f_2 , f_3 が求められるが, これらはいずれも f_1 のみの関数として表わすことができる。したがって f_1 が既知であれば g_1 , g_2 , f_2 , f_3 はすべて決まる。

一方衝撃体の運動が衝撃面での棒の運動に等しいとすると, Lagrange の衝撃方程式より,

$$-\int_0^t E_1 A_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)_{x=0} dt = m_{20} [v_{20} - \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right)_{x=0}]$$

となる。ここに, E_1 , A_1 は層 I の弾性係数および断面積であり, m_{20} , v_{20} は衝撃体の質量および衝撃速度である。 $u_1 = f_1(c_1 t - x) + g_1(c_1 t + x)$ を代入し, $m = \rho A_1 / m_{20}$, $v = v_{20} / c_1$, $z = c_1 t$ としてまとめると,

$$f_1(z) = \frac{v}{m} (1 - e^{-mz}) - e^{-mz} \int_0^z e^{ms} [g_1(s) - m g_2(s)] ds.$$

これより f_1 が求まるから各区間における u_i を決定することができる。

3. 図式解法

2で述べた St. Venant の解に基づく理論解は衝撃体の characteristic impedance ρc が極めて大きいときの解であって, 衝撃体内の応力伝播を考慮しなければならないような衝撃が行はれる場合には適用できない。また多層であったり, 衝撃時間がかなり長い場合には相当複雑になってくる。これらの場合には図式解法が有力である。この解法は図-4(a)に示すように境界層での反射, 透過係数を考慮して $x-t$ ダイアグラムを描き, 注目する断面におけるある時間までの歪を加えたものがその点における $x-t$ ダイアグラムを描き, 応力波の透過に関する考察, 昭和40年度関西大学第14回学術講演会, 講演概要, pp.3~4

4. 実験結果および考察

図-2では固定端であるsteelからの反射のみを考慮して透過した波の反射を無視しているため実験値より大きな値となる傾向がある。図-3(b)では実験値の凹凸と理論値のそれとがかなり異っているがこれは抵抗線歪計の動歪増幅器の周波数特性による誤差と考えられる。比較的周期の長い凹凸(50μsec以上)はやはり忠実に記録している。ただし衝撃時間の後の方でその周期が鈍くなっているが、これは固定端での減衰および粘性の影響

Fig. 2

$\dot{E} \times 10^5$

$V_{20} = 27 \text{ M/sec}$
 $m_{20} = 102 \text{ g}$

$m-m$ 断面の至変化.

25.4
57.6
73.1
91.8
110.8
127.0
142.9
158.8
174.7
190.5
206.4
222.3
238.2
254.1
269.9
285.8
301.7
317.6
333.5
349.4
365.3
381.2
397.1
413.0
428.9
444.8
460.7
476.6
492.5
508.4
524.3
540.2
556.1
572.0
587.9
603.8
619.7
635.6
651.5
667.4
683.3
699.2
715.1
731.0
746.9
762.8
778.7
794.6
810.5
826.4
842.3
858.2
874.1
890.0
905.9
921.8
937.7
953.6
969.5
985.4
1001.3
1017.2
1033.1
1049.0
1064.9
1080.8
1096.7
1112.6
1128.5
1144.4
1160.3
1176.2
1192.1
1208.0
1223.9
1239.8
1255.7
1271.6
1287.5
1303.4
1319.3
1335.2
1351.1
1367.0
1382.9
1398.8
1414.7
1430.6
1446.5
1462.4
1478.3
1494.2
1510.1
1526.0
1541.9
1557.8
1573.7
1589.6
1605.5
1621.4
1637.3
1653.2
1669.1
1685.0
1700.9
1716.8
1732.7
1748.6
1764.5
1780.4
1796.3
1812.2
1828.1
1844.0
1859.9
1875.8
1891.7
1907.6
1923.5
1939.4
1955.3
1971.2
1987.1
2003.0
2018.9
2034.8
2050.7
2066.6
2082.5
2098.4
2114.3
2130.2
2146.1
2162.0
2177.9
2193.8
2209.7
2225.6
2241.5
2257.4
2273.3
2289.2
2305.1
2321.0
2336.9
2352.8
2368.7
2384.6
2400.5
2416.4
2432.3
2448.2
2464.1
2480.0
2495.9
2511.8
2527.7
2543.6
2559.5
2575.4
2591.3
2607.2
2623.1
2639.0
2654.9
2670.8
2686.7
2702.6
2718.5
2734.4
2750.3
2766.2
2782.1
2798.0
2813.9
2829.8
2845.7
2861.6
2877.5
2893.4
2909.3
2925.2
2941.1
2957.0
2972.9
2988.8
3004.7
3020.6
3036.5
3052.4
3068.3
3084.2
3100.1
3116.0
3131.9
3147.8
3163.7
3179.6
3195.5
3211.4
3227.3
3243.2
3259.1
3275.0
3290.9
3306.8
3322.7
3338.6
3354.5
3370.4
3386.3
3402.2
3418.1
3434.0
3449.9
3465.8
3481.7
3497.6
3513.5
3529.4
3545.3
3561.2
3577.1
3593.0
3608.9
3624.8
3640.7
3656.6
3672.5
3688.4
3704.3
3720.2
3736.1
3752.0
3767.9
3783.8
3799.7
3815.6
3831.5
3847.4
3863.3
3879.2
3895.1
3911.0
3926.9
3942.8
3958.7
3974.6
3990.5
4006.4
4022.3
4038.2
4054.1
4070.0
4085.9
4101.8
4117.7
4133.6
4149.5
4165.4
4181.3
4197.2
4213.1
4229.0
4244.9
4260.8
4276.7
4292.6
4308.5
4324.4
4340.3
4356.2
4372.1
4388.0
4403.9
4419.8
4435.7
4451.6
4467.5
4483.4
4499.3
4515.2
4531.1
4547.0
4562.9
4578.8
4594.7
4610.6
4626.5
4642.4
4658.3
4674.2
4690.1
4706.0
4721.9
4737.8
4753.7
4769.6
4785.5
4801.4
4817.3
4833.2
4849.1
4865.0
4880.9
4896.8
4912.7
4928.6
4944.5
4960.4
4976.3
4992.2
5008.1
5024.0
5039.9
5055.8
5071.7
5087.6
5103.5
5119.4
5135.3
5151.2
5167.1
5183.0
5198.9
5214.8
5230.7
5246.6
5262.5
5278.4
5294.3
5310.2
5326.1
5342.0
5357.9
5373.8
5389.7
5405.6
5421.5
5437.4
5453.3
5469.2
5485.1
5501.0
5516.9
5532.8
5548.7
5564.6
5580.5
5596.4
5612.3
5628.2
5644.1
5660.0
5675.9
5691.8
5707.7
5723.6
5739.5
5755.4
5771.3
5787.2
5803.1
5819.0
5834.9
5850.8
5866.7
5882.6
5898.5
5914.4
5930.3
5946.2
5962.1
5978.0
5993.9
6009.8
6025.7
6041.6
6057.5
6073.4
6089.3
6105.2
6121.1
6137.0
6152.9
6168.8
6184.7
6200.6
6216.5
6232.4
6248.3
6264.2
6280.1
6296.0
6311.9
6327.8
6343.7
6359.6
6375.5
6391.4
6407.3
6423.2
6439.1
6455.0
6470.9
6486.8
6502.7
6518.6
6534.5
6550.4
6566.3
6582.2
6598.1
6614.0
6629.9
6645.8
6661.7
6677.6
6693.5
6709.4
6725.3
6741.2
6757.1
6773.0
6788.9
6804.8
6820.7
6836.6
6852.5
6868.4
6884.3
6900.2
6916.1
6932.0
6947.9
6963.8
6979.7
6995.6
7011.5
7027.4
7043.3
7059.2
7075.1
7091.0
7106.9
7122.8
7138.7
7154.6
7170.5
7186.4
7202.3
7218.2
7234.1
7250.0
7265.9
7281.8
7297.7
7313.6
7329.5
7345.4
7361.3
7377.2
7393.1
7409.0
7424.9
7440.8
7456.7
7472.6
7488.5
7504.4
7520.3
7536.2
7552.1
7568.0
7583.9
7599.8
7615.7
7631.6
7647.5
7663.4
7679.3
7695.2
7711.1
7727.0
7742.9
7758.8
7774.7
7790.6
7806.5
7822.4
7838.3
7854.2
7870.1
7886.0
7901.9
7917.8
7933.7
7949.6
7965.5
7981.4
7997.3
8013.2
8029.1
8045.0
8060.9
8076.8
8092.7
8108.6
8124.5

