

北大学部 正 員 瀬川 忠明

" " 茅 村 仁

" 学生員 奥村 勇

1. まえかき 直線辺が固定の直交異方性扇形平板の厳正解は現在研究されていないようであるので、筆者らは放射格子を採用した階差法により、A) 2直線辺が固定、2円弧辺が自由、B) 2直線辺が固定、2円弧辺が単柱支持、の2種類の直交異方性扇形平板について、等分布荷重及び集中荷重を受けの場合の研究を行なったのでその一部を発表したい。

2. 基本微分方程式の階差法表示 直交異方性扇形平板の微分方程式は次式となる。³⁾

$$\gamma = N_r \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^4} + \frac{2 \partial^2 w}{r \partial r^3} + \frac{2 \{ c^2 \nu_k + c(1-c\nu_k) \}}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{2 \{ c^2 \nu_k + c(1-c\nu_k) \}}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{c^2}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^4} \right. \\ \left. + \frac{2 \{ c^2 \nu_k + c(1-c\nu_k) \}}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{2 \{ c^2(1+\nu_k) + c(1-\nu_k) \}}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{c^2}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial r} - \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \quad (1)$$

上式に於て、 c は接線方向(N_θ)と半径方向(N_r)との剛度比 $c = \sqrt{N_\theta/N_r}$ を表わし、 ν_k は半径方向のポアソン比を表わす。格子間隔は格子点の記号を図-1のようにとり、ポアソン比 $\nu_k = c$ とし、上式を幾何 w を未知数とする階差方程式で表わすと

$$\gamma = N_r \lambda^4 \left\{ Z_{00} w_0 + Z_{01} w_1 + Z_{10} w_0 + Z_{01} w_1 + Z_{01} w_1 + Z_{11} w_1 + Z_{11} w_1 + Z_{11} w_1 \right. \\ \left. + Z_{11} w_1 + Z_{20} w_0 + Z_{20} w_0 + Z_{20} w_0 + Z_{20} w_0 + Z_{20} w_0 \right\} \quad (2 \cdot a)$$

となる、ここで

$$Z_{00} = 2 \left[3 + \frac{1}{r_0^2} (c^2 \lambda^2 + 4c\lambda^2) - \frac{\lambda^2}{r_0^4} \{ 2\lambda^2 (c+c^2) - 3c^2 \lambda^2 \} \right] \\ Z_{01} = - \left[4 \left(1 - \frac{\lambda}{2r_0} \right) + \frac{1}{r_0^2} \left(1 + \frac{\lambda}{2r_0} \right) (c^2 \lambda^2 + 4c\lambda^2) \right] \\ Z_{01} = - \left[4 \left(1 + \frac{\lambda}{2r_0} \right) + \frac{1}{r_0^2} \left(1 - \frac{\lambda}{2r_0} \right) (c^2 \lambda^2 + 4c\lambda^2) \right] \quad (2 \cdot b)$$

$$Z_{10} = Z_{10} = - \frac{4\lambda^2}{r_0^2} \left[c - \frac{1}{2r_0^2} \{ \lambda^2 (c+c^2) - 2c\lambda^2 \} \right]$$

$$Z_{11} = Z_{11} = - \frac{2c\lambda^2}{r_0^2} \left(1 + \frac{\lambda}{2r_0} \right), \quad Z_{11} = Z_{11} = \frac{2c\lambda^2}{r_0^2} \left(1 - \frac{\lambda}{2r_0} \right)$$

$$Z_{20} = Z_{20} = \frac{c^2 \lambda^4}{r_0^4}, \quad Z_{02} = \left(1 - \frac{\lambda}{r_0} \right), \quad Z_{02} = \left(1 + \frac{\lambda}{r_0} \right) \quad \text{但し } \lambda = \frac{r}{r_0}$$

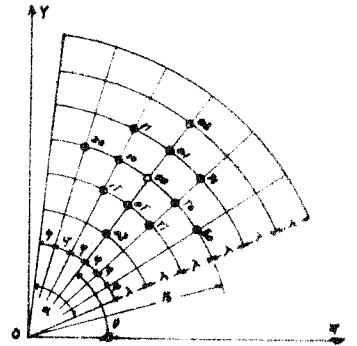
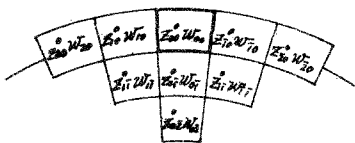


図-1

3. 平板各点における階差方程式 上に導出した(2)式が一般の内点における基本階差方程式であるが、境界上及びその附近においては平板の境界条件に応じて形が変る。紙面の都合上、2直線辺が固定、2円弧辺が自由の場合についてそれを図示する。——は自由辺、——は固定辺を看す。

1) 外側自由辺及び固定辺附近の点



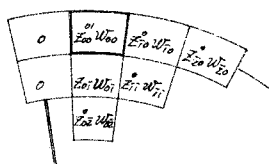
$$= \gamma \lambda^4 N_r^{-1} \quad (3 \cdot a)$$

$$Z_{00} = 2 \left[1 + \frac{1}{r_0^2} (\lambda^2 c^2 + 4c\lambda^2) + \frac{\lambda}{2r_0} \{ 2c^2 \lambda^2 + 4c\lambda^2 (c-c^2) \} - \frac{\lambda^2}{r_0^4} \{ 2\lambda^2 (3c + c^2) - 3c^2 \lambda^2 \} \right]$$

$$Z_{01} = -2 \left[2 + \frac{1}{r_0^2} \left(1 + \frac{3\lambda}{2r_0} \right) (c^2 \lambda^2 + 4c\lambda^2) \right] \quad (3 \cdot b)$$

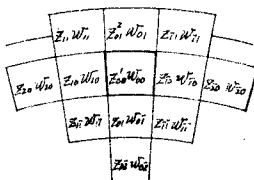
$$Z_{10} = Z_{10} = - \frac{4\lambda^2}{r_0^2} \left[c - \frac{1}{2r_0^2} \{ \lambda^2 (3c+2c^2) - 2c\lambda^2 \} + \frac{\lambda}{2r_0} (c-c^2) \right]$$

$$Z_{11} = Z_{11} = \frac{4c\lambda^2}{r_0^2} \left(1 + \frac{3\lambda}{2r_0} \right), \quad Z_{20} = Z_{20} = \frac{c^2 \lambda^4}{r_0^4}, \quad Z_{02} = 2$$



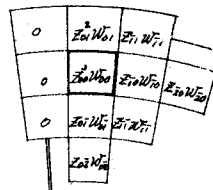
$$= p \lambda^2 N_1^{-1} \quad (4.a)$$

$$Z_{00}'' = Z_{00}' + Z_{00}'' \quad (4.b)$$



$$= p \lambda^2 N_1^{-1} \quad (5.a)$$

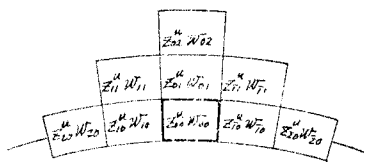
$$Z_{00}' = Z_{00} - Z_{02}, Z_{01}' = Z_{01} + 2 Z_{02} \quad (5.b)$$



$$= p \lambda^2 N_1^{-1} \quad (6.a)$$

$$Z_{00}'' = Z_{00}' + Z_{00}'' \quad (6.b)$$

(2) 内側自由辺に固定辺附近の葉



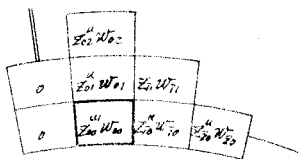
$$= p \lambda^2 N_1^{-1} \quad (7.a)$$

$$Z_{00}'' = 2 \left[\left(1 + \frac{1}{\lambda^2} (\lambda^2 c^2 + 4 c \lambda^2) \right) + \frac{\lambda^2}{2 \lambda^2} \{ 4 \lambda^2 (c^2 - c) - 3 c^2 \lambda^2 \} - \frac{\lambda^2}{\lambda^2} \{ 2 \lambda^2 (3 c + 2 c^2) - 3 c^2 \lambda^2 \} \right]$$

$$Z_{01}'' = -2 \left\{ 2 + \frac{1}{\lambda^2} \left(1 - \frac{3 \lambda}{2 \lambda^2} \right) (c^2 \lambda^2 + 4 c \lambda^2) \right\} \quad (7.b)$$

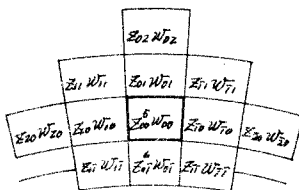
$$Z_{10}'' = Z_{10}' = -\frac{4 \lambda^2}{\lambda^2} \left\{ c + \frac{\lambda}{2 \lambda^2} (c^2 - c) - \frac{1}{2 \lambda^2} \{ \lambda^2 (3 c + 2 c^2) - 2 c^2 \lambda^2 \} \right\}$$

$$Z_{11}'' = Z_{11}' = \frac{4 c \lambda^2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{3 \lambda}{2 \lambda^2} \right), Z_{20}'' = Z_{20}' = \frac{c^2 \lambda^2}{\lambda^2}, Z_{02}'' = 2$$



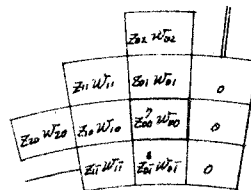
$$= p \lambda^2 N_1^{-1} \quad (8.a)$$

$$Z_{00}'' = Z_{00}' + Z_{00}'' \quad (8.b)$$



$$= p \lambda^2 N_1^{-1} \quad (9.a)$$

$$Z_{00}' = Z_{00} - Z_{02}, Z_{01}' = Z_{01} + 2 Z_{02} \quad (9.b)$$



$$= p \lambda^2 N_1^{-1} \quad (10.a)$$

$$Z_{00}'' = Z_{00}' + Z_{00}'' \quad (10.b)$$

4. 数値計算例 等分布荷重の場合には直線辺、円弧辺をそれぞれ 16 分割、また集中荷重の場合は 12 分割して各葉の撓み及び断面力を求めた。亦厳正解のある等分布荷重を受けた周辺単軸支持扇形平板について 8 分割の階差解を求めた結果、撓みの誤差は 0.02%、曲げモーメントについても 1.2% という良精度を得た。 註) 資料 仁: 「曲線直交異方性扇形平板の曲げについて」, 土木学会論文第 82 号, 37.6

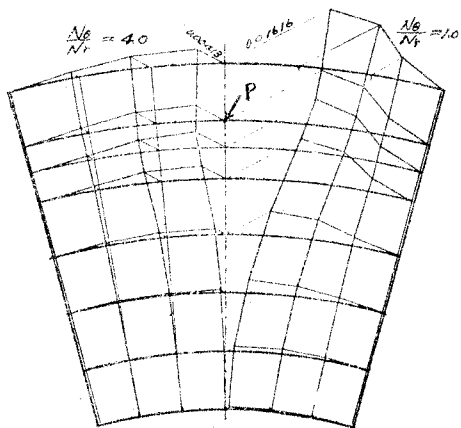


図-2 集中荷重を受けた 2 直線辺固定,

2 円弧辺自由の直交異方性扇形平板の撓み $w (P \lambda^2 / N_1)$

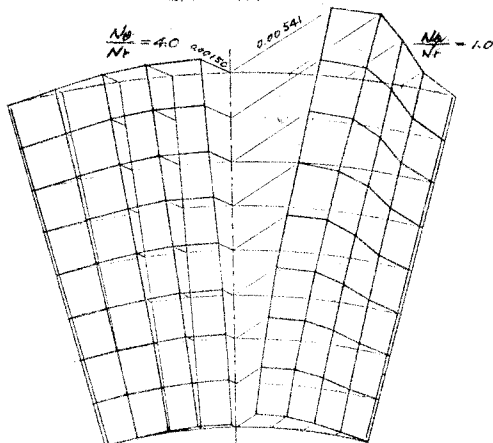


図-3 等分布荷重を受けた 2 直線辺固定

2 円弧辺自由の直交異方性扇形平板の撓み $w (P \lambda^2 / N_1)$