

北工大工学部 正員 湯井 忠明

" " 〇手 不 寸 に

" " 本 多 祐 也

(I) は1ばき 種屋棟で考えたとき、円周方向と放射方向の桁が壁に配置されている曲線格子構造とみな、リブ付板=剛度放射方向(半径方向)に変化する平板理論に置換えて解析する研究を進めているが、昨年は考えた格子構造のr方向の桁とθ方向の桁が両方互いに断面の場合についての結果を発表したので、今回は縦桁と横桁がそれぞれ異なった断面をもつ場合を中心に発表したい。

(II) 基礎方程式(図-1参照) $J_{縦}, J_{横}$ =縦桁および横桁の断面=次で-メント, $C_r, C_\theta = \rho$ が1の所の横桁間隔および縦桁間隔, C_1, C_2 =縦および横桁の破り剛度= $GJ_{縦}, GJ_{横}$. として平板剛度への置き換えを次のように行う。

$$N_r = \frac{E J_{縦}}{C_r \rho}, N_\theta = \frac{E J_{横}}{C_\theta}, C_1 = \frac{G J_{縦}}{C_r \rho}, C_2 = \frac{G J_{横}}{C_\theta}$$

wをたわみとすると断面で-メントは

$$\left. \begin{aligned} M_r &= -N_1 \frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \rho^2}, M_\theta = -N_2 \left(\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial w}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \\ M_{r\theta} &= -C_1' \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right), M_{\theta r} = -C_2' \frac{2}{\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ただし } N_1 = \frac{E J_{縦}}{C_r \rho^2}, N_2 = \frac{E J_{横}}{C_\theta \rho^2}, C_1' = \frac{C_1}{C_r \rho^2}, C_2' = \frac{C_2}{C_\theta \rho^2}$$

となり、これを断面で-メントの釣合いの式に入れたと基礎方程式が得られる。いま縦桁と横桁の断面が異なると!

$$k = \frac{C_r}{C_\theta}, \quad \varepsilon = \frac{J_{横}}{J_{縦}}, \quad \frac{N_2}{N_1} = k\varepsilon, \quad \lambda = \frac{J_{横} G}{J_{縦} E}, \quad m = \frac{J_{横}}{J_{縦}}$$

の記号を用い、 ρ を鉛直座標とすると次のように方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial \rho^4} - \frac{k\varepsilon}{\rho} \frac{\partial^3 w}{\partial \rho^3} + \frac{k\varepsilon}{\rho^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + \frac{k\varepsilon}{\rho^3} \frac{\partial w}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^3} (2k\varepsilon + \lambda k\varepsilon m + 2\lambda\varepsilon) \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ - \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{2\lambda\varepsilon}{\rho} + \lambda k\varepsilon m \right) \frac{\partial^3 w}{\partial \rho \partial \theta^2} + \frac{1}{\rho} \left(\lambda k\varepsilon m + \frac{\lambda\varepsilon}{\rho} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial \rho \partial \theta^2} = \frac{\rho b^2}{N_1} \rho \dots (1) \end{aligned}$$

更にθに関する有限差分変換を施し、=直線辺が単純支持の条件を考慮すると変換されたたわみw_sに関する式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w_s}{d\rho^4} - \frac{1}{\rho^2} (B\rho + C) \frac{d^3 w_s}{d\rho^3} + \frac{1}{\rho^3} (B\rho + 2C) \frac{dw_s}{d\rho} + \frac{1}{\rho^2} (D\rho - 2C) w_s \\ = \frac{S\{f(\rho, \theta)\} b^2 \rho}{N_1} \dots (2) \end{aligned}$$

$$\therefore B = k\varepsilon + \lambda k\varepsilon m, \quad C = \beta \lambda \varepsilon, \quad D = \beta^2 (\beta k\varepsilon - \lambda k\varepsilon m - 2k\varepsilon), \quad \beta = \frac{\pi \rho}{\alpha}$$

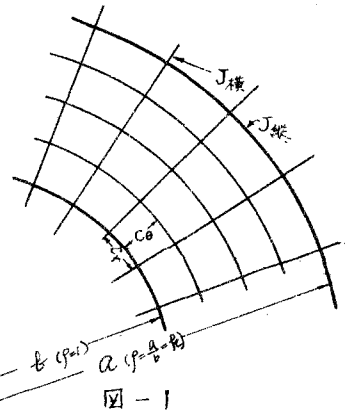


図-1

$S\{p(p,0)\}$ は荷重の sin 変換である。式(2)を解いて w_5 を求めると、求めた w は $w = \frac{2}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} w_n \cdot A_n \sin \frac{n\pi}{\alpha} \theta$ により得られる。

(Ⅲ) 方程式の解 式(2)は次のように一般の形にかまかえることができる。 w_5''', w_5'' など (1 は p についての微分) の係数は p の関数であるのでこれを $p(p), g(p), r(p)$ とすると

$$w_5''' + p(p)w_5'' + g(p)w_5' + r(p)w_5 = \frac{S\{p(p,0)\} \cdot \alpha^2 \cdot p}{N_1} \quad (3)$$

$$\text{式(2)に対応させると } p(p) = 0, \quad g(p) = -\frac{1}{\alpha} \{ (k\varepsilon + \lambda k \varepsilon m) p + \beta^2 \lambda \varepsilon \} \quad (4)$$

$$r(p) = \frac{1}{\alpha} \{ (k\varepsilon + \lambda k \varepsilon m) p + 2\beta^2 \lambda \varepsilon \}, \quad S(p) = \frac{\beta^2}{\alpha} \{ (p^2 k \varepsilon - \lambda k \varepsilon m - 2k \varepsilon) p - 2\lambda \varepsilon \}$$

式(3)は Fuchs 型の微分方程式で、正則点と正則特異点の近傍でべき級数の形で解が得られる。この解法については変換扇形板を扱った文献(1)に詳しく述べてあるが、この場合も全く同じ方法で解が得られる。ちなみに右辺=0 のときは $w_5 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n (p - a_0)^{s_n}$ (a_0 は正則点) とおき、また式(4)の係数を展開すると

$$g(p) = (-1)^{n+1} \frac{1}{\alpha^{n+2}} \{ B a_0 + (n+1) C \}, \quad r(p) = \dots$$

などが得られ、これを式(3)に入れ、各べきに対する係数の関係式のように得られる。

$$(p - a_0)^0 \dots 4.3 \cdot 2 A_1 + 3.2 \beta_0 A_0 + 2 \beta_0 A_2 + 1.6 A_1 + 5.0 A_0 = 0$$

$$(p - a_0)^1 \dots 5.4 \cdot 3 \cdot 2 A_2 + 4.3 \cdot 2 A_1 + (3.2 \beta_1 + 3.2 \beta_0) A_3 + 2(\beta_1 + 1.6) A_2 + (1.6 + 5.0) A_1 + 5.0 A_0 = 0$$

$$(p - a_0)^2 \dots 6.5 \cdot 4 \cdot 3 A_3 + 5.4 \cdot 3 \beta_1 A_2 + (4.3 \cdot 2 \beta_1 + 4.3 \beta_0) A_2 + (3.2 \beta_2 + 3.2 \beta_1 + 3 \beta_0) A_3 + (2 \beta_2 + 2 \beta_1 + 5.0) A_2 + (1.6 + 5.0) A_1 + 5.0 A_0 = 0$$

A_0, A_1, A_2, A_3 を任意に与えると式(5)は A_0 が快まり順次 A_1, A_2, A_3 と快まり、4つの独立な解が求まる。 $C_1 \sim C_4$ を任意定数とすると w_5 は

$$w_5 = C_1 w_1 + C_2 w_2 + C_3 w_3 + C_4 w_4$$

となる。特解も荷重項を展開すれば同様に求まる。境界条件により $C_1 \sim C_4$ を決定すれば解が得られる。 A_n 求まる操作は順次一連の作業になるので電子計算機によって行えばよい。

(Ⅳ) 数値計算例 full uniform load を与え、 $N_2/N_1 = 1.0$ および $N_2/N_1 = 4.205$ の場合について、たわみ w 、曲率モーメント M_r, M_θ を求めて比較したのが図-2 である。(境界条件: 1=円弧辺自由, 2=直線辺単純支持)。なお実験との比較については今後のことと発表する予定である。

参考文献(1) 茅村 仁: 曲線直交異方性変換扇形平板の曲げについて, 土木学会論文集 第89号, pp. 34, 7.

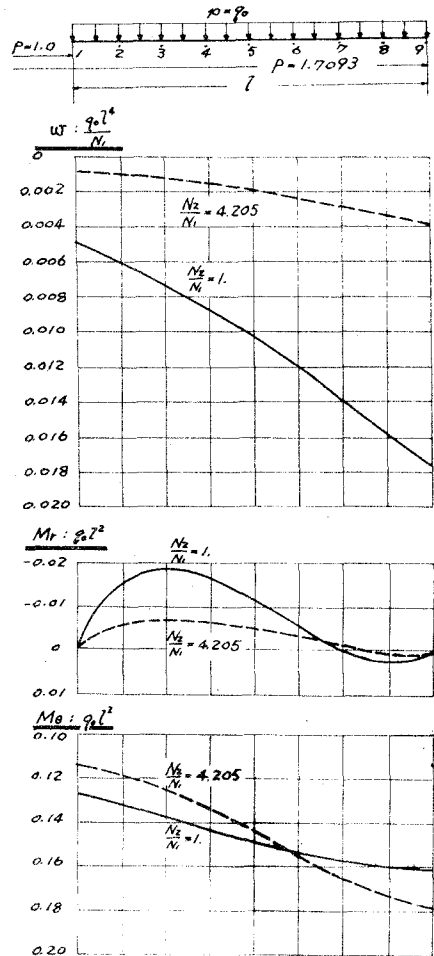


図-2