

首都高速道路公団 正員 大久保 稔二

目的に合った最適の構造物の設計とは、必要な設計条件を満足し、かつ最も安く、最大の merit のある構造物の諸元と定めることであるといえる。ここでいう構造物の諸元には、構造型式、寸法及び使用する材料の種類等があり、これらの要素を決定する場合、従来は経験的な判断により数種類の設計と比較し、計算をくり返すことにより適当な構造物と決定しているが、本論文は、構造物の Behavior Functions や設計条件、使用材料及び施工に関する Cost Functions 等を設計変数で微分し、偏微係数の条件式群を作り Linear Programming Technique を用いて、最も merit のある構造物の断面や諸元、工事費等を電子計算機を用いて自動的に求めようとするものである。

1) 設計変数, Behavior Functions, 設計条件, Merit Function.

一般に設計変数($\bar{X}$)は、独立変数(X)及び従属変数(X_0)に分けることができる。従属変数(X_0)は独立変数(X)の関数で表わすことができる。

$$X_0 = x(X) \quad (1)$$

又、設計荷重(P)についても設計変数($\bar{X}$)に關係のないう一定の荷重(P_0)及び設計変数の関数である荷重(P_x)とで表わすことができる。

$$P_x = p(X) \quad (2)$$

また、構造物の Behaviors (Y) (撓みや変力等)も荷重(P)や設計変数($\bar{X}$)の関数であり (1), (2) 式より次式で表わすことができる。

$$Y = y(X) \quad (3)$$

構造物の Merit や実用性 (U) も設計変数($\bar{X}$), Behaviors (Y) や荷重(P) の関数であり

$$U = u(X) \quad (4)$$

と表わすことができる。

一、設計変数($\bar{X}$)や構造物の Behaviors (Y) は、与えられた設計条件や設計に用いる示す書等により制約を受け、次のような条件式を満足しなければならない。即ち、

$$B_L \leq y(X) \text{ or } X \leq B_U \quad (5)$$

ここに、 B_L , B_U は、 $y(X)$ または X の許容される下限値及び上限値である。

2) Sensitivity Coefficient, Sensitivity Matrix.

設計変数として $X^{(1)}$ と仮定するに、(3) 及び (4) 式より $Y^{(1)}$ や $U^{(1)}$ と得ることが出来るが、これらは必ずしも設計条件式 (5) を満足し、かつ Merit Function (4) を最大にするとは限らない。そこで最適な設計変数(X)を得るため X を微小変化させると新しい設計変数($X^{(2)}$)や Behavior Functions ($Y^{(2)}$) や設計条件式は次の如く表わされる。

$$X^{(2)} = X^{(1)} + \Delta X^{(1)}, \quad Y^{(2)} = Y^{(1)} + \Delta Y^{(1)}, \quad B_L^{(2)} + \Delta B_L^{(2)} \leq Y^{(2)} + \Delta Y^{(2)} \text{ or } X^{(2)} + \Delta X^{(2)} \leq B_U^{(2)} + \Delta B_U^{(2)}$$

また、新しい Merit Function $U^{(2)}$ は $U^{(2)} = U^{(1)} + \Delta U^{(1)}$ と表わされる。

今、1番目の Behavior Function $Y_L^{(1)}$ を Taylor 展開すると次の如くなる。

$$\begin{aligned}
 Y_i^{(n)} &= Y_i(X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, \dots, X_m^{(n)}) \\
 &= Y_i(X_1^{(n)} + \Delta X_1^{(n)}, X_2^{(n)} + \Delta X_2^{(n)}, \dots, X_m^{(n)} + \Delta X_m^{(n)}) \\
 &= Y_i^{(n)} + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial Y_i^{(n)}}{\partial X_j} \right) \Delta X_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial X_j \partial X_k} \right) \Delta X_j \Delta X_k + \dots \quad (7)
 \end{aligned}$$

一般に、二次の微係数以下は極めて微小であるとして無視すると、 $Y_i^{(n)}$ は近似的に次式で表わされる。

$$Y_i^{(n)} \cong Y_i^{(n)} + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial Y_i^{(n)}}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \cong Y_i^{(n)} + \sum_{j=1}^m S_{ij} \Delta X_j \quad (8)$$

ここに $S_{ij} \left(\cong \frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \right)$ は Sensitivity Coefficient と呼ぶ。これは、設計変数 X_j (例として構造物の断面の諸元や支向等) の微小変化による Behavior Variable Y_i (例として部材の撓みや力) への影響値を示すものである。 $Y^{(n)}$ について Matrix 表示とすると、

$$Y^{(n)} \cong Y^{(n)} + S^{(n)} \Delta X^{(n)} \quad (9)$$

となる。ここに $S^{(n)}$ は S_{ij} より成る Matrix で Behavior Functions の N 式、独立変数が M である場合は $N \times M$ の Matrix である。Merit Function $U^{(n)}$ についても同様にして、

$$U^{(n)} \cong U^{(n)} + C^{(n)} \Delta X^{(n)} \quad (10)$$

と表わされる。ここに $C^{(n)}$ は、設計変数 X_j の微小変化による Merit Function U への影響値 C_j を要素とする Matrix で独立変数が M の場合は $1 \times M$ の Matrix である。

また、設計条件も設計変数の関数である場合があり、

$$B_u^{(n)} (B_e^{(n)}) \cong B_u^{(n)} (B_e^{(n)}) + D_u^{(n)} \Delta X^{(n)} \quad (D_e^{(n)} \Delta X^{(n)}) \quad (11)$$

と表わすことが出来る。ここに $D_u^{(n)} (D_e^{(n)})$ は 偏微係数 $\frac{\partial B_{ui}}{\partial X_j}$ (or $\frac{\partial B_{ei}}{\partial X_j}$) より成る Matrix である。

式(9),(10),(11)を式(5)に代入すると、

$$\begin{aligned}
 [S^{(n)} - D_e^{(n)}] \Delta X^{(n)} &\geq B_e^{(n)} - Y^{(n)} \\
 [S^{(n)} - D_u^{(n)}] \Delta X^{(n)} &\leq B_u^{(n)} - Y^{(n)}
 \end{aligned} \quad (12)$$

となり、結局、最適な設計変数 (X) を決定することとは(12)式の $C^{(n)} \Delta X^{(n)}$ を最大とし、かつ (12)式の条件を満足する $\Delta X^{(n)}$ を決定することに帰着する。

3) Linear programming の利用及び $\Delta X^{(n)}$ の Move Limit

一般に U, Y, B_u, B_e は設計変数 (X) に関して Non-linear な関数であるが、 X の微小な変化量 ΔX に対しては近似的に Linear な関数であると考えることが出来る。従って、(12)式を満足し、かつ $C^{(n)} \Delta X^{(n)}$ を最大にするような $\Delta X^{(n)}$ は Linear programming の Technique (Simplex Method 等) を用いて決定することが出来る。しかし $X_i^{(n)}$ が最適値より相当離れてゐる場合は、Simplex Method 等により決定される $\Delta X_i^{(n)}$ は $X_i^{(n)}$ に比しかなり大きくなり、その $\Delta X_i^{(n)}$ を用いて再計算しても $Y_i^{(n)}$ の Non-linearity より、Merit の値は一定値に収斂せず振動し、最適な設計変数 (X) を決定することが出来ない。従って Linear programming の Technique を用いる場合は、(12)式の条件式の中に更に、 $\Delta X_i^{(n)}$ の動きを或る一定の範囲内に限定させる条件式を加える必要がある。即ち、

$$b_{Xj}^{(n)} \leq \Delta X_j^{(n)} \leq b_{Uj}^{(n)} \quad (13)$$

ここに $b_{Xj}^{(n)}$ と $b_{Uj}^{(n)}$ はそれぞれ Y, U, B_e, B_u について、 $X_j^{(n)}$ の変化に対して近似的に linear であると仮定出来る範囲の上限及び下限である。(オ1回参照)

图 - 1

5) 応用例

(i) 設計變數 (圖-2 參照)

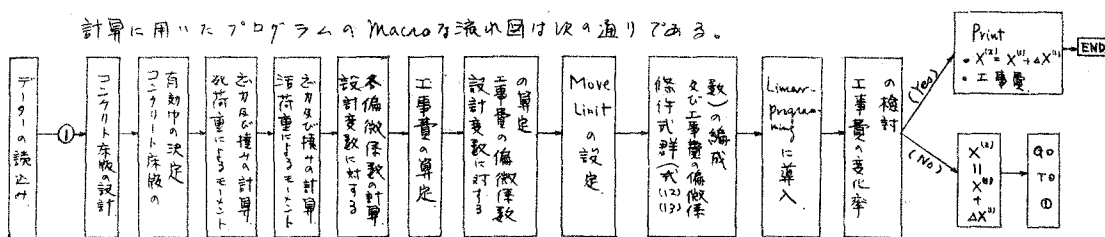
The figure consists of two hand-drawn diagrams. The left diagram shows a beam element of length l . It has a top surface with a distributed load q_i and a height h_i . Inside the beam, there is a vertical line representing a section with width g_i and a distance b_i from the left end. The total height of the beam is d_i . At the right end, there is a force f_i . The right diagram shows three cross-sections of the beam, labeled S_1 , S_i , and S_n . The sections are separated by distances S_1 , S_i , and S_n . A bracket on the right side of the sections is labeled with the word "Section".

f_j : フラニシ-α厚さ, e_j : フラニシ-α幅

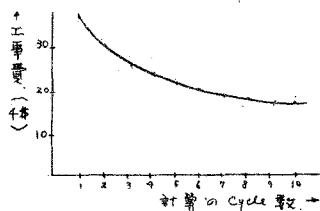
S_i : 支桌より断面を变化させる位置までの長さ.

圖 - 2

(iii) 計算に用いたプログラムの流れ図



計算のサイクル数と工事費との関係は、^(の-18) 3回のこぼにたり、またその最も経済的なる工事費と与える橋は、全支間に亘つて等断面を有し、従つて現場経費がなく、サツ桁高は許される範囲で大きく取るのが最も経済的であるとの計算結果を得た。この例では Cost Function にあける種々の定数と適当に假定したが、これらの定数は各国各地で異なるので構造物が建設される地元の実情に合った数値を利用することか



12 - 3

以上