

Ⅱ-66 杭の座屈に関する一研究

京都大学工学部 正員 後藤尚男
 京都大学工業教員養成所 正員 〇勝見 雅

1. まえがき

杭の座屈に関する研究は従来より行なわれているが、それらのうちほとんどのものが周辺摩擦力を無視した基礎方程式から出発しているようである。そこでわれわれは杭頭に働く周辺摩擦力をも考慮した場合を対象として基礎方程式を導き、その近似解より座屈荷重を求めた結果を、厳密解として与えられる級数より数値計算によって求めた値、従来の方法によって求めた値、さらに模型実験より求めた結果と、それぞれ比較検討した。

2. 座屈荷重の誘導

地中に打込まれた単杭に鉛直荷重 P が作用することによって図-1 (a) のように杭が変形するものと考え、水平地盤係数 K 分布、ならびに杭周摩擦力 f 分布を杭の長さ方向に同図 (b), (c) のごとく仮定すると、杭の微小断面に生ずる外力の釣合条件式からつぎの基礎方程式が導かれる。

$$\frac{d^4 Y}{d\xi^4} + (\alpha - 2\beta\xi + \beta\xi^2) \frac{d^2 Y}{d\xi^2} - (2\beta - 2\beta\xi) \frac{dY}{d\xi} + \gamma Y = 0 \quad (1)$$

ここに $Y = y/l$, $\xi = x/l$, $\alpha = Pl^2/EI$, $\beta = ful^3/2EI$, $\gamma = bKl^4/EI$, P : 鉛直荷重, f_u : 杭頭単位長さ当りの周辺摩擦力, l : 杭長, b : 杭の水平反力作用幅, K : 水平地盤係数, EI : 杭の曲げ剛性である。

式 (1) の解はつぎのように表わされる。

$$Y = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \xi^n = A_0 + A_1 \xi + A_2 \xi^2 + \dots + A_n \xi^n + \dots \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに, } A_4 &= -\frac{1}{12} \alpha A_2 + \frac{1}{12} \beta A_1 - \frac{1}{24} \gamma A_0 \\ A_5 &= -\frac{1}{20} \alpha A_3 + \frac{1}{5} \beta A_2 - \left(\frac{1}{60} \beta + \frac{1}{120} \gamma\right) A_1 \\ &\dots \dots \dots \\ A_{n+4} &= \frac{(n+2)}{(n+4)!} \alpha A_{n+2} + \frac{2(n+1)(n+1)}{(n+4)!} \beta A_{n+1} - \frac{n(n+1)}{(n+4)!} \beta A_n - \frac{n!}{(n+4)!} \gamma A_n \end{aligned} \right\} (3)$$

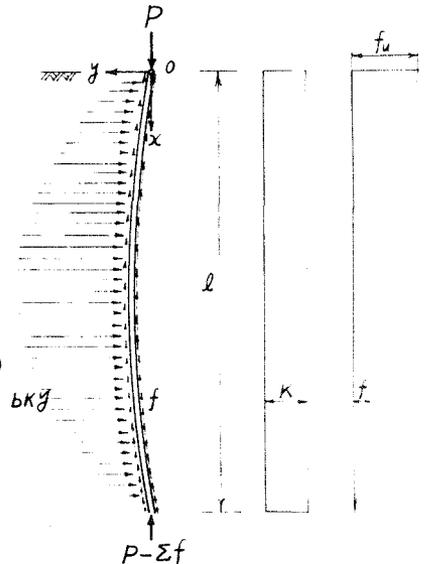
一方、Galerkin法を用いると式 (1) の近似解はつぎのように表わされる。

$$Y = A_0 + A_1 \xi + A_2 \xi^2 + A_3 \xi^3 + A_4 \xi^4 \quad (4)$$

ただしこの場合はつぎの条件を満足されなければならない。

$$\int_0^1 \left\{ \frac{d^4 Y}{d\xi^4} + (\alpha - 2\beta\xi + \beta\xi^2) \frac{d^2 Y}{d\xi^2} - (2\beta - 2\beta\xi) \frac{dY}{d\xi} + \gamma Y \right\} \sin n\pi\xi d\xi = 0 \quad (5)$$

しかし杭の両端がヒンジの場合を考えると、境界条件は $Y(0) = Y''(0) = 0$, $Y(1) = Y'(1) = 0$ となり、これらと式 (4) を式 (5) に代入して得られる A_0 から A_4 に関する5個の方程式の係数行列式を



(a) 杭の変形 (b) K 分布 (c) f 分布

図-1 杭の変形ならびに K, f 分布

とおくことによつて杭周摩擦力を考慮した場合の座屈荷重 P_{cr} は近似的につぎのように導かれる。

$$P_{cr} = \frac{bKl^2}{n^2\pi^2} + \frac{n^2\pi^2 EI}{l^2} + \left(\frac{20}{n^2\pi^2} - \frac{n^2\pi^2}{24} - 1 \right) \frac{f_{ul}}{2} \quad (6)$$

ここに $n (= 1, 2, 3, \dots)$: 座屈次数

従来の方法によると、たとえば式(6)において座屈荷重としては右辺第2項までが与えられており、当然のことながら第3項は杭周摩擦力による影響を表わしている。

3. 模型実験

式(6)によつて導かれた杭周摩擦力を考慮した場合の座屈荷重算定式の妥当性を裏付ける目的で模型実験を行つた。模型杭の諸元は表-1に掲げたごとくであり、鋼製、真鍮製模型杭とそれぞれ5本の計10本を対象とした。また模型地盤としてポリウレタンスポンジを用いた。このスポンジの反力係数は表-1に掲げたごとく約 0.2 kg/cm^2 が測定された。一方載荷装置としては電子管平衡式圧縮試験機(島津製作所製)を用い、図-2に示したごとき載荷棒のアクリライトの部分にあらかじめ貼付した抵抗線式ひずみ計による値から上載荷重を求め、杭先端に伝達された荷重は直接ダイヤルゲージの目盛を読みとることによつて求めた。かくして上記のひずみ計の値に対応する荷重から杭先端に伝達された荷重を差引いたものをいわゆる杭周摩擦力と考え、しかも摩擦力分布は図-1に示したような三角形分布と仮定して f_u を求めると鋼製杭に対して約 1.2 kg/cm 、真鍮製杭に対して約 0.8 kg/cm なる値が算出された。

表-1 模型杭の諸元

項目	鋼製	真鍮製
作用幅(mm)	16	16
奥行幅(mm)	6	6
杭長(mm)	500	500
自重(kgf)	360	420
弾性係数(kgf/cm ²)	2.1×10^6	0.94×10^6
水平反力係数(kgf/cm)	0.2	0.2
杭周摩擦力(kgf)	30	20

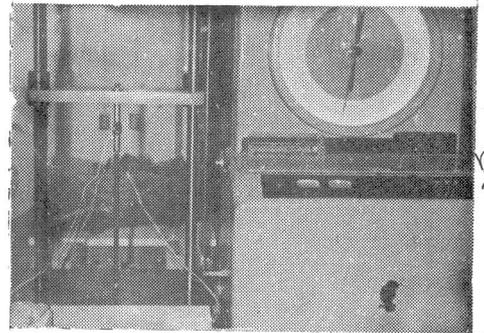


図-2 載荷試験装置

4. 数値計算と模型実験結果

式(6)に表-1に掲げた各杭の諸元を代入し、1次の座屈荷重を求めた。一方、式(2)、(3)に各杭の諸元を代入して計算を進めると式(2)の無限級数は収束することがわかり、係数 A_n の誤差が $1/1000$ 以下になるまでの項数(20項)を考え、これを一応厳密解とみなして座屈荷重を算出した。また式(6)の右辺第2項までで表わされている従来からの方法によつても座屈荷重を求め、上記3.の要領で行つた実験結果などを一括表示したのが表-2である。同表によると、近似解は厳密解の1%以下の誤差の範囲と一致している。一方、実験値は数値計算結果より若干大きく多少のばらつきはあるが、一応対応しているといえる。以上要するに何らかの方法によつて杭周摩擦力の値がわかると式(6)によつて杭周摩擦力を考慮した場合の座屈荷重が求められ、これらの値は従来からの方法によつて求めた値よりも大きくなる。なお詳細は講演時にゆずる。

表-2 数値計算結果と実験結果(単位:kg)

	鋼製杭	真鍮製杭	
厳密解	338.4	200.4	
近似解	338.3	199.8	
従来解法	319.8	187.5	
実験値	模型-1	402.6	274.5
	-2	339.0	251.0
	-3	381.6	250.0
	-4	350.4	283.5
	-5	312.3	187.8
	平均値	357.2	249.4