Ⅲ-65 砂地盤に及ぼす杭の締固め作用の一計算

正員 金沢大学工学部　西田義親

著者は地盤に打ちこんだ杭のために、地盤が破壊される範囲と締固められる範囲についての計算法を発表したことがあるが、今回はさらに合理的な考察をしたのである。いま地盤に鉛直に打ちこまれた杭の軸方向をZ軸にとり、地表面の杭の中心を原点とする円柱座標（r, t, z）を用いる。

杭軸に関する対称の性質から、地盤に生じた応力（σ_r, σ_t, σ_z :垂直応力； τ :剪断応力）は次の均合いの条件を充たさねばならない。

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0 \qquad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial r} + \gamma = 0 \tag{1}$$

ここに γ は土の容積密度である。杭のため砂地盤は上下方向にも変位するのであるが、基本的計算として、砂は水平方向のみに押圧され、計算を簡単にするため $\tau = 0$, $\sigma_z = \gamma z$ と仮定する。杭から離れた所では $\sigma_r = \sigma_t = K_0 \gamma z$,（$K_0$ は静止土圧係数） 杭に近ずくにつれて σ_t は小さくなり $r \leqq R$ の範囲では砂地盤は破壊している。このときの σ_t は最小主応力の σ_3 であると考える。破壊の条件としてはモールの円から

$$\sigma_1 = \sigma_3 (1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)$$ ただし φ は砂の内部摩擦角。 また $\sigma_2 = \frac{1}{m}(\sigma_1 + \sigma_3)$,

$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_r + \sigma_t + \sigma_z$ と仮定した。

このような条件を式(1)に代入して地盤内の応力を求め、杭を打ちこむ前の自然の状態に比べて変化した応力を求めると次のようになる。

$r \geqq R$ ：杭からはなれた弾性範囲では

$$\left.\begin{matrix}\Delta\sigma_r \\ \Delta\sigma_t\end{matrix}\right\} = \pm \frac{R^2}{r^2}\left\{\frac{1+m\sin\varphi}{m+1}K_0 - \frac{(1-\sin\varphi)m}{2(m+1)}\right\}\gamma z \quad , \quad \Delta\sigma_z = 0 \tag{2}$$

$r \leqq R$ ：杭に近い破壊範囲では

$$\left.\begin{matrix}\Delta\sigma_r' \\ \Delta\sigma_t'\end{matrix}\right\} = \gamma z \left\{\frac{m(1-\sin\varphi)}{2(1+m\sin\varphi)} - K_0\right\}\left\{1 - \frac{m(1\pm\sin\varphi)\pm\frac{2}{0}}{m+1}\left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{2(1+m\sin\varphi)}{m(1+\sin\varphi)+2}}\right\} \tag{3}$$

$$\Delta\sigma_z' = 0$$

砂地盤は完全な弾性体でないが他に適当な方法がないので、応力と歪は比例すると仮定して計算をすすめる。いま 半径（水平方向）の変位を u とすると、 杭が地盤内に押入するためには、杭の半径を a として 次のようになる。

$$\pi a^2 = 2\pi R\, u_{r=R} + 2\pi \int_a^R r \frac{\partial u}{\partial r}\, dr \tag{4}$$

応力と歪との関係には弾性係数Eが必要となる。テルツアギーが $E = A\gamma z$ として $A = 200 \sim 1500$ とあたえているが一寸大きすぎると思うので次のような計算を行う。もし横方向の歪が許されない場合 鉛直の応力 σ_z と歪 ε_z との間には $\sigma_z/\varepsilon_z = E\,m(m-1)/(m-2)(m+1)$ という弾性理論の関係がある。一方 砂の圧縮試験から $e = -C_c \log_{10} \sigma_z$, e は間隙比, C_c は圧縮指数の関係があ

るから $de/d\sigma_z = -C_c/2.3\sigma_z$ となる。歪 ε_z は $de/(1+e_0)$ であるから結局次の関係が得られる。

$$E = \frac{(m-2)(m+1)}{m(m-1)} 2.3 \frac{1+e_0}{C_c} \sigma_z \qquad e_0 \text{は初期間隙比} \tag{5}$$

実際の試験結果によると、非常に締った砂は $C_c = 0.015$, $e_0 = 0.4$ であり、比較的弛い砂は $C_c = 0.12$, $e_0 = 0.9$ ぐらいである。一方砂のポアソン比 $1/m$ は $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{4}$ とみなして式(5)から計算すると $E = (24 \sim 160)\sigma_z$ という形になる。

式(4)に用いる水平変位や歪は杭を打ちこんだため自然状態に比べて新たに生じたものであるから、式(2)で $r=R$ とした $\Delta\sigma_r$, $\Delta\sigma_t$ と式(3)の $\Delta\sigma_r'$, $\Delta\sigma_t'$ を用いて、応力歪の関係を計算すれば次のようになる。

$$\frac{E}{\gamma z} = \frac{R^2}{a^2}\left[\frac{2(1+m\sin\varphi)}{m}K_0 - (1-\sin\varphi)\right] + \left[2K_0 - \frac{m(1-\sin\varphi)}{1+m\sin\varphi}\right]\left[\left\{\frac{1+\sin\varphi}{1-\alpha} - \frac{m-1}{2m}\right\}\frac{R^2}{a^2} - \left\{\frac{1+\sin\varphi}{1-\alpha}\left(\frac{R}{a}\right)^{\alpha} - \frac{m-1}{2m}\right\}\right] \quad \text{ただし } \alpha \equiv \frac{(1+m\sin\varphi)2}{m(1+\sin\varphi)+2} \tag{6}$$

$\sigma_z = \gamma z$ とし, $K_0 = 0.65$, $m = 4$, $\varphi = 30$ として上式を計算すると

$$R/a = 3.0 \sim 6.7 \tag{7}$$

砂の体積変化をみるために3垂直応力の変化の和をとってみると

$$\begin{aligned} r \geqq R &: \quad \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_t + \Delta\sigma_z = 0 \\ r \leqq R &: \quad \Delta\sigma_r' + \Delta\sigma_t' + \Delta\sigma_z' = \gamma z\left\{\frac{m(1-\sin\varphi)}{1+m\sin\varphi} - 2K_0\right\}\left\{1-\left(\frac{R}{r}\right)^{\alpha}\right\} \end{aligned} \tag{8}$$

従って $r \geqq R$ なる弾性非破壊域では砂の体積変化すなわち締固め効果はないのであり締固まるのは式(7)の範囲に限られるといえる。

この計算では鉛直応力を深さに比例して γz と仮定しているが、水平応力 (σ_r , σ_t) は最大でも受動土圧、最小でも主動土圧の範囲内になければならぬから $(\sigma_r)_{r=a} \leqq \gamma z(1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)$, $(\sigma_t)_{r=R} \geqq \gamma z(1-\sin\varphi)/(1+\sin\varphi)$ として検査すると上の計算例の場合 $R/a \leqq 10.7$, $K_0 \geqq 0.33$ という制限をうけるがこれは式(7)が充分妥当であることを示している。

結論として、普通の砂地盤に杭を打ちこんだ場合、地盤が破壊され、締固め効果の及ぶのは直径の3～7倍程度に限られるといえる。

参考文献

西田 義親 他 ：土木学会論文集（昭和34年9月）No. 69

西田 義親 他 ：土木学会年次学術講演概要（昭和36年5月）