

1. 基本的考察 活性汚泥による生物化学的酸化の過程を数理的に解析する場合の基礎式としては Monod の式^{(1),(2)} および McCabe-Eckenfelder によって提案される 2 相式⁽³⁾ があるが、実際に解析を進めるに当つてはスラッジ量 S と基質濃度 L との両面からの接近が必要となるので、いずれの式を採用するにしても、別にいまだ一つの反応特性を表わす式が必要になる。これについては合田-北井の報告⁽⁴⁾ にあるように次式が適当と考えられる。

$$dS/dt = -a dL/dt - K_1 S \quad (1)$$

a : 除去 BOD のスラッジ生成物へへの転化率, K_1 : 自酸化に関する恒数

生物化学的反応においては物質平衡, 微生物の活性ならびに外的条件 (DO 濃度, pH, 温度, かく拌など) が問題になるが, $(-a dL/dt)$ がスラッジの純増量, $K_1 S$ が純減量, dS/dt がネット変化量を示すことから, 式(1)を物質平衡を表わす式と考えると, Monod 式や 2 相式は微生物の活性特性を表わす式といえる。活性特性を考える際には 2 つの点に問題になる。その一つは活性の程度の表示法であり, 合田-中西⁽⁵⁾ は活性汚泥の活性度は基質除去活性と基質分解活性とをわけて考えるのが各当であり, 前者は浄化効率, 後者は浄化効率維持のための酸素供給率の指標になると報告している。したがって, 酸素供給が最適状態のときに限れば, 基質除去活性のみを考慮すればよいわけだが, これは $(1/S \cdot dL/dt)$ と表示される。ただ, 合田-中西が注目した活性度は反応開始直後の $(1/S \cdot dL/dt)$ であり, ここでは任意時間の $(1/S \cdot dL/dt)$ を考えているので, 活性度の意味が多少違うかもしれない。つぎは活性度の時間的变化であるが, これは相によつてかなり違った特性を示すと考えられ, Monod 式, 2 相式はそれぞれ独特の表現方法をとっているが, 理論的には検討すべき余地が残されている。

本研究はこうした基本問題に触れながら, 従来の研究で十分解明されていない II 相以下における活性汚泥量の時間的变化を明らかにしようと試みるものである。

2. 活性特性の基礎式 Clifton⁽⁶⁾ は II 相における細菌の生長過程では単位細胞当りの栄養物濃度が重要な因子になることを指摘している。これに注目すると, $(1/S \cdot dL/dt) = f(L/S)$ の成立が期待され, $f(L/S)$ を式(2), (3) のように表わすと, それぞれ Monod 型, 2 相型の式がえられる。以下では式(3)を

$$1/S \cdot dL/dt = -K(L/S) / (A + L/S) \quad (2) \quad 1/S \cdot dL/dt = -K(L/S) \quad (3)$$

中心に検討するが, 本式と式(2)のもとづく解析との比較は別の機会に検討したい。

McCabe-Eckenfelder の報告⁽³⁾ によれば, I-II 相の境界 (時間 t_0) までは $1/S \cdot dS/dt$ が K_1 の一定値をとり, それ以後は K_1 より小さい値をとるようになり, また, II-III 相の境界 (時間 t_m) では $dS/dt = 0$ が成立する。ここで, $t < t_0$ における式(1)の K_1 は近似的に 0 と考えられるので, McCabe の解析にしろが, $t = t_0$ にて式(1), (3), $1/S \cdot dS/dt = K_1$ を連立させて解くと, 次の関係がえられる。

$$K = K_1 a \cdot S_0 / L_0 \quad (4) \quad (S_0, L_0: t = t_0 \text{ のスラッジ量, 基質濃度})$$

式(3)へ(4)を代入すると, 次の式が導ける。 $1/S \cdot dL/dt = -K_1 a \cdot (L/S) / (L_0/S_0) \quad (5)$

I 相では右辺の L/S を L_0/S_0 に置換する = により, 式(5)は 2 相式と同形になり, また, II, III

相では Garrett³⁾ や萩原⁷⁾ の実験結果から式(5)の成立が期待できるので、I相に限り前述の制約はあるが、式(5)は一応生物化学的酸化の全過程を包括的に表わしているとみる事ができる。

3. 活性汚泥(スラッジ)量および基質濃度の時間的変化 物質平衡式(1), 活性特性式(5)を用いれば、理論上、全相におけるスラッジ量および基質濃度の時間的変化を推定できるが、各相における自酸化の程度に差があるために、これの表木法が困難になる。厳密に言えば、自酸化の程度、とくに K_3 の値は時間の経過とともに変化していると考えられ、こうした時間的変化まで考慮して解析すれば、スラッジ量や基質濃度の変化は連続した曲線で表わされるはずである。しかしながら、実際には連続曲線がえられ、かつ、式(1), (5)の連立微分方程式が容易にとけるといつた条件を満足する適当な K_3 の関数が見つかるので、不連続点であることをこぼわらず、 K_3 は各相間では相違するが、それ以外の相内においては一定という仮定のもとに解析を進める。

式(1), (5)を連立させて解く場合、 $t=0$ におけるスラッジ量 S_0 , 基質濃度 L_0 を初期条件として与えるのが普通であるが、式(4)から L_0/S_0 が K_1 , a と同様に重要な意味をもっていると考えられるので、 $t=t_0$ で $L=L_0$, $S=S_0$ という条件を用いる。

$$\text{I相 } t < t_0, K_3 = 0 \quad L/L_0 = \{1 - \exp[K_1(t-t_0)]\} S_0/aL_0 + 1 \quad (6) \quad S/S_0 = \exp[K_1(t-t_0)] \quad (7)$$

$$\text{II相 } t_0 < t < t_m, \quad L/L_0 = \exp[-K_1(t-t_0) S_0/aL_0] \quad (8)$$

$$K_3 = 0 \quad S/S_0 = aL_0/S_0 \{1 - \exp[-K_1(t-t_0) S_0/aL_0]\} + 1 \quad (9)$$

$$K_3 = K_3' \quad S/S_0 = \{ \exp[-K_3'(t-t_0)] - \exp[-K_1(t-t_0) S_0/aL_0] \} K_1 / (K_1 S_0/aL_0 - K_3') + \exp[-K_3'(t-t_0)] \quad (10)$$

$$\text{III相 } t_m < t, t=t_m \text{ にて } S=S_m, L=L_m, K_3=K_3'', \quad L/L_0 \cdots (8)$$

$$S/S_m = \{ \exp[-K_3''(t-t_m)] - \exp[-K_1(t-t_m)] \} K_1 a L_m / S_m (K_1 - K_3'') + \exp[-K_3''(t-t_m)] \quad (11)$$

4. 実験結果からの検討 ペプトンを用いた Garrett の実験, グルコース-グルタミン酸混合液を用いた萩原の実験によると、II相では自酸化の影響が小さく、實際上、 $K_3=0$ とみてさしつかえはないようである。 $K_3=0$ であれば、式(6), (9)から $t_0 = 1/K_1 \{ \ln(aL_0/S_0 + 1) - \ln(aL_0/S_0 + 1) \}$, 式(1)に $dS/dt=0$ を与えて $L_m/S_m = K_3''/K_1 \cdot L_0/S_0$, 以下同様の演算から支配因子を K_1 , K_3'' , a , L_0/S_0 に絞ることができ、(1)がつて、これらの支配因子を定めることにより、任意の L_0/S_0 を与えて L/L_0 , S/S_0 の時間的変化を推定することができ、またこのときには S が $t=t_m$ のみにて不連続となる。実際に前記資料にもとづいて検討した結果は講演時に報告するが、よい一致度がえられている。

最後に、活性度が最大値をとるときのスラッジ単位量当りの限界基質濃度である L_0/S_0 の特性については現在実験を行なって検討中であるが、Garrett の実験では L_0/S_0 が一定のとき、その絶対値とは無関係に一定となつてゐる。与えられた基質についても L_0/S_0 が一定値をとるならば、 K_1 , K_3 , a は一定と考えられているので、いかなる L_0/S_0 から始まる反応であつても、 L/S , L/L_0 または S/S_0 と時間との関係は同一曲線上にあると推定される。ただ、これはあくまでも数理上のことであるので、バッキング等質的な面からの検討も必要と考えている。

参考文献 1), 2) 1st International Conference on Water Pollution Research (1962), 3) W.P.C.F., 33, 3, 258 (1961), 4) 土木学会論文集第90号(1965), 5) 土木学会衛生工学研究討論会(1964), 6) Introduction To the Bacteria, McGraw Hill (1958), 7) 公衆衛生院研究報告 14巻 1号 (1965)