

北大 工学部 衛生工学科

正員 丹 保 憲 仁

強制攪拌を受けて乱流条件下にあるフロッキュレーター内部の浮遊粒子の衝突の基本式は次のように表わされる。

$$\frac{dn}{dt} = -12\pi\beta\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} \cdot d^3 n^2 \quad (1)$$

ここで, n : 単位体積の流体中の浮遊粒子の数, t : 攪拌時間, β : 乱流の粘性支配領域における比例定数, ϵ_0 : 単位時間に単位体積の流体中で消費されるエネルギー, μ : 水の粘性係数
 d : 浮遊粒子の直径または衝突半径。

今フロッキュレーターに流入してきた瞬間の粒子群は等しい直径 d_1 を有する n_0 個の粒子 (これらを原粒子と稱する) から成っているものと考えられる。攪拌を続けることによって原粒子同士の衝突によって2倍粒子が, 原粒子と2倍粒子の衝突によって3倍粒子等々が生じてくる。これらの粒子径を各々 $d_2, d_3, \dots$ と表わすと, i 倍粒子と j 倍粒子の単位時間内における衝突回数は次式であらわされる。

$$\begin{aligned} \frac{dn_{ij}}{dt} &= -12\pi\beta\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} \left(\frac{1}{2}d_i + \frac{1}{2}d_j\right)^3 \cdot n_i \cdot n_j \\ &= -\frac{3}{2}\pi\beta\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} d_1^3 \left(i^{\frac{1}{3}} + j^{\frac{1}{3}}\right)^3 \cdot n_i \cdot n_j \\ &= -A \left(i^{\frac{1}{3}} + j^{\frac{1}{3}}\right)^3 \cdot n_i \cdot n_j \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, $A = -\frac{3}{2}\pi\beta\sqrt{\epsilon_0/\mu} \cdot d_1^3$, $d_i = d_1 \cdot i^{\frac{1}{3}}$, $d_j = d_1 \cdot j^{\frac{1}{3}}$.

i 倍粒子と j 倍粒子の衝突によって生ずる $i+j=R$ 倍粒子の消長は,

$$\begin{aligned} \frac{dn_R}{dt} &= \frac{1}{2}A \sum_{i=1}^{R-1} \left[i^{\frac{1}{3}} + (R-i)^{\frac{1}{3}}\right]^3 n_i \cdot n_{R-1} \\ &\quad - A n_R \sum_{i=1}^{\infty} \left(i^{\frac{1}{3}} + R^{\frac{1}{3}}\right)^3 n_i \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, $\sum_{i=1}^{\infty} i n_i = 1 \times n_0 \quad \text{at} \quad t=0.$

フロッキュレーター内の全粒子数の減少は次式のように表わされる。

$$\frac{d \sum_{i=1}^{\infty} n_i}{dt} = \frac{1}{2} A \left\{ \sum_{R=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{R-1} \left[i^{\frac{1}{3}} + (R-i)^{\frac{1}{3}} \right]^3 n_i \cdot n_{R-i} - 2 \sum_{R=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \left[i^{\frac{1}{3}} + R^{\frac{1}{3}} \right]^3 n_R n_i \right\} \quad (4)$$

式3を $\sum_{i=1}^{\infty} i \cdot n_i = 1$ として標準化し、時間 t の代りに $m = t/A$ なる無次元化した攪拌時間でおきかえ、数値解法を行って（電子計算機による計算から）数値解をえた。この標準化した粒子数と無次元化した時間を用いた解のグラフと実験または他の方法で求めた A 値を組み合わせて用いると一定時間攪拌後のフロック群の粒度分布を知ることが出来る。

式3はフロッキュレーター内の過大生長フロックの破壊を全く無視した式であるから攪拌の初期に適用されるのみである。そこで水流の剪断力に対抗して成長しうる最大粒子は5倍粒子であるとし、5倍粒子以上の粒子を形成するような衝突はフロック成長に無効であると考えて、過大生長粒子の破壊を考えたフロック成長の基本式は次のようである。

$$\begin{aligned} \frac{dn_R}{dt} &= \frac{1}{2} A \sum_{i=1}^{R-1} \left[i^{\frac{1}{3}} + (R-i)^{\frac{1}{3}} \right]^3 n_i n_{R-i} \\ &\quad - A n_R \sum_{i=1}^5 \left(i^{\frac{1}{3}} + R^{\frac{1}{3}} \right)^3 n_i + A n_R \sum_{i=5-R+1}^5 \left(i^{\frac{1}{3}} + R^{\frac{1}{3}} \right)^3 n_i \\ &= \frac{1}{2} A \sum_{i=1}^{R-1} \left[i^{\frac{1}{3}} + (R-i)^{\frac{1}{3}} \right]^3 n_i n_{R-i} \\ &\quad - A n_R \sum_{i=1}^{5-R} \left(i^{\frac{1}{3}} + R^{\frac{1}{3}} \right)^3 n_i \end{aligned} \quad (5)$$

式5も式3の場合と同様に標準化粒子数と無次元化攪拌時間に書き換えを行って数値解をフロッキュレーター内の粒子数の消長を求めうることが出来る。

この際、初期粒径 d_1 、初期粒子数 n_1 、攪拌強度 E の3つを知らねばならない。

また式3からえられた理論曲線と沈降分析によって得られた時間累積百分率曲線を対比することによって、従来ほとんど不可能とされていたゆるい攪拌強度下のエネルギー消費 E ($\text{erg/cm}^3 \cdot \text{sec}$) を求めることが出来ることを明らかにした。この結果 Camp の提唱した最適値は過大にすぎ、その理由は Camp の基本式の誤りに基くものであることが判明した。

計算によって得られた攪拌時間と粒度分布の関係、および、の測定法については講演の際詳述したい。

以上