

II-96 弾性弁による水撃圧

山梨大学 工 正員 荻 原 能 男

1. まえがき 最近温水取水が利用されて、取水塔における諸水理学的問題が研究されている。その中で導水管内の水撃作用が取水塔の浮子にどのように作用しているか、又浮子によって水撃作用が弾性弁的な働きをうけ(危険にならないか、などの疑問を生じている。この点について研究の一部を報告する。

2. 水撃圧の基礎方程式 取水塔より管路に亘って流下方向に x 軸をとり、 t を時間、 H を圧力水頭、 V を管内平均流速、 a を水撃圧波速、 g を重力の加速度とすると基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - CV \quad (1) \quad \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{g}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2)$$

取水口における境界条件を浮子の運動も考えに入れて $H(0, t) = -f \frac{V}{2g}$ (3) とする。ここに $V_0 = V(0, 0)$ である。この条件のもとに基礎方程式を解く、ラプラス変換式 ($t \rightarrow S$) で表わすと、急閉塞の場合には $C = 0$ とし、

$$V = \frac{V(x, 0)}{S} - \frac{V_0(1-e^{-TS})}{TS^2} \left\{ e^{-\frac{L-x}{a}S} + m^2 e^{-\frac{L+x}{a}S} - m^2 e^{-\frac{3L-x}{a}S} \right\} \quad (4)$$

$$H = \frac{H(x, 0)}{S} + \frac{a}{g} \frac{V_0(1-e^{-TS})}{TS^2} \left\{ e^{-\frac{L-x}{a}S} - m^2 e^{-\frac{L+x}{a}S} - m^2 e^{-\frac{3L-x}{a}S} + m^2 e^{-\frac{3L+x}{a}S} \right\} \quad (5)$$

となる。ここで T は弁の閉塞時間、 L は管路全長、 $m^2 = (1-k^2)/(1+k^2)$ 、 $k^2 = fV_0/2a$ 、 $f =$ 式(3)の係数、である。このことより温水取水塔の浮子のために水撃圧の波速、波形は変化せずに、流速又圧力が m^2 の割合で減衰することを意味している。昨年の講演会で筆者が報告した粗度による水撃圧の減衰と比較してみると、浮子による減衰率は $C \doteq \frac{m^2 a}{L} (1-m^2) \doteq fV_0/L$ となるので管路抵抗による減衰率 $C = 0.49 \text{ sec}^{-1}$ (式(1)の C 、昨年報告済)と比較して一般に無視することが出来る。本年度の実験の結果を表-1に示しその証明にしたい。

3. 浮子の運動方程式 浮子の質量を M 、水の単位重量を w 、管路内径を D 、浮子の断面積を A 、浮子の浮動減衰率を γ として、 $k = \pi w D^2 / 4gM$ 、 $k^2 = wA/M$ 、 $\alpha^2 = k^2 - \delta^2/4$ 、 $H_0 = aV_0/g$ とおくと浮子の運動方程式は、 y を浮子の中立位直よりの変化量(下向きを正)として、

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + k^2 y + gH(0, t) - k|V(0, t)|V(0, t) = 0 \quad (6)$$

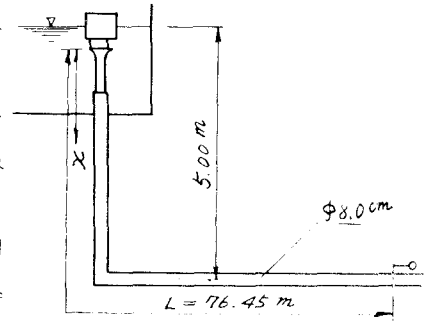


図-1 実験管路略図

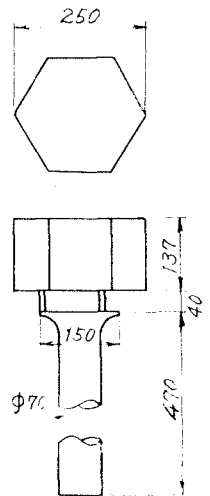


図-2 浮子略図

表-1 減衰率 C の値 sec^{-1}

	最小	最大	平均
浮子のある場合	0.39	0.85	0.58
浮子のない場合	0.41	0.76	0.56

表-2. 諸数値表

管路長 $L = 76.45 \text{ m}$
管内径 $D = 8.00 \text{ cm}$
管肉厚 $d = 0.5 \text{ cm}$
粗度 $\epsilon = 0.009$
浮子重量 3.58 kg
浮子固有振動周期 $T_f = 0.885 \text{ sec}$
浮子振動減衰率 $\delta = 3.67 \text{ sec}^{-1}$
浮子形状: 六角柱, 波速 $a = 1160 \sim 1340 \text{ m/sec}$

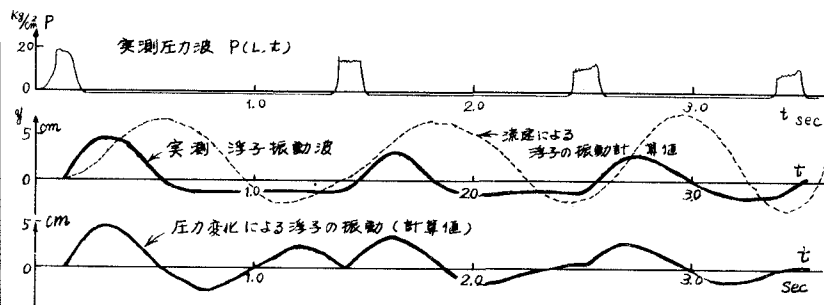


図-3 浮子の振動波波形例 (流量 $Q = 7.65 \text{ l/s}$, 流速 $V = 152 \text{ m/s}$)

なる結果が得られる。この方程式を解くとラプラス変換式で ($t \rightarrow S$)

$$\bar{y}(S) = \frac{S + \frac{1}{2}\delta}{(S + \frac{1}{2}\delta)^2 + \alpha^2} y(0) + \frac{\frac{1}{2}\delta y(0) + y'(0)}{(S + \frac{1}{2}\delta)^2 + \alpha^2} - \frac{\epsilon g H(0, S)}{(S + \frac{1}{2}\delta)^2 + \alpha^2} + \frac{\epsilon |V(0, S)| |V(0, S)|}{(S + \frac{1}{2}\delta)^2 + \alpha^2} \quad (7)$$

らって、式(4)、(5)の各第二項を $\bar{H}$ 、 $\bar{V}$ に代入し、解を得ることが出来る。すなわち

$$y = y(0) e^{-\frac{1}{2}\delta t} \cos \alpha t + \left\{ \frac{1}{2}\delta y(0) + y'(0) \right\} e^{-\frac{1}{2}\delta t} \frac{\sin \alpha t}{\alpha} - \frac{\epsilon g H_0 T_0}{\alpha} e^{-\frac{1}{2}\delta t} \sin \alpha t \text{ (移動)} + \epsilon V_0^2 \left\{ \frac{4}{\delta^2 + 4\alpha^2} - \frac{2e^{-\frac{1}{2}\delta t}}{\alpha \sqrt{\delta^2 + 4\alpha^2}} \sin(\alpha t + \beta) \right\} \text{ (移動)} \quad (8)$$

また $\beta = \tan^{-1}(2\alpha/\delta)$, T_0 は浮子の底面に水撃圧が作用している時間で、 $T_0 = \alpha y_0 / \epsilon g H_0$ となる。 y_0 は浮子の振動のオー波高であり、一般に $T_0 \approx 1/6000 \text{ sec}$ 位である。ここで、 y_0 とあるのは取水口における流速 $V(0, t)$, 圧力 $H(0, t)$ の式(4)(5)における移動と全く同移動をさせることを意味している。^{*} さて式(8)に実験値を入れて計算した結果を図-3に示した。 $y(0) = y'(0) = 0$ とし、 α 3項の圧力による振動と、 α 4項の流速変化による振動を計算して実測値と比較した。その結果、浮子の振動は水撃圧によるものが支配的であって、流速による影響はほとんど表れていないことが理解される。式(8)より浮子の振巾 y は圧力に支配されておれば H_0 に比例し、流速に支配されておれば $V_0^2 = (g/a)^2 H_0^2$ に比例することになるので、この関係を図-4に示した。これより前述の圧力の作用の強い事が更に理解される。

4. まとめ 温水取水塔の浮子によって管内の水撃作用は安全になることがわかったが、浮子の運動は取水口における圧力変動と共振して危険になることが考えられるので急激な圧力変化を繰返して管中に発生させることは注意しなければならない。最後に本研究は東京大学の嶋教授の御指導を頂きまして、昭和39年度文部省科学研究費によって研究したものであります。ここに厚く謝意を表します。

^{*} 例えば 近藤次郎著 演算子法 P.21, Churchill: Operational Mathematics P.23