

(1) はじめに

一般にある地盤の水理学的特性(透水係数等)を現地実験より求めようとする場合には、揚水試験を行う事により上記特性を算定する場合が屢々である。これには、定常状態で行う場合と、非定常状態で行う場合^①とがある。後者に適合するものとして Theis の理論は有名である。しかし、この理論解を現地実験に適用しようとする際につぎのような問題点がある。すなわち Theis の理論では井戸より一定揚水量が、井戸に流入してくる流量と全く等しい状態で揚水試験をしてやる必要がある。しかし、井戸がある断面を穿ち、かつ井戸枠の抵抗が存在する場合には、井戸にたまっている水量と揚水量との関係が判明しなければ、地盤および井戸枠の透水性を知る事は困難である。そこで、ここでは井戸枠の透水係数 k' と井戸の断面積 πr_w^2 を考慮に入れた理論解を求め、その結果を使い、一つの実験例^②に適用してみたい結果をここにまとめてみた。

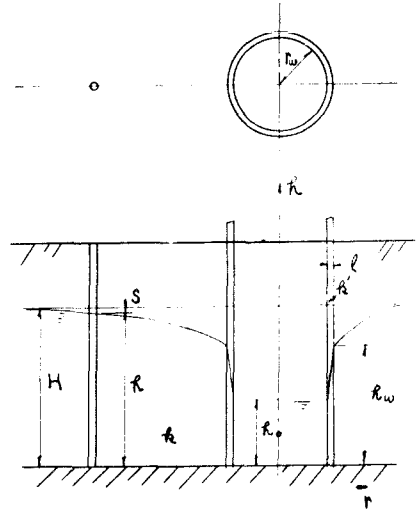


図 - 1

(2) 理論

まず井戸の各ディメンション及び座標を図-1のごとく定める。すなわち、井戸の水位 h 、井戸枠外周の水位 h_w 、任意点の水位 h 、揚水量 Q 、井戸への流入量 Q_w 、任意点の流量 Q_r 、井戸枠の厚さ l 、井戸断面積 $\pi r_w^2 = A_0$ とする。ここで基礎方程式として次のようなものを考える。

$$\text{井戸に関する連続の方程式} \quad Q_0 = Q_w - A_0 \frac{\partial h}{\partial t}, \quad A_0 = \pi r_w^2 \quad (10)$$

$$\text{井戸枠の抵抗を考えた運動方程式} \quad Q_w = 2\pi r_w l \frac{k_0 + k_w}{2} \frac{\partial (h_w - h_0)}{\partial t} \quad (12)$$

$$\text{透水層の方程式} \quad \text{運動方程式} \quad Q_r = 2\pi r h k \frac{\partial h}{\partial r} \quad (13)$$

$$\text{連続の式} \quad \frac{\partial Q_r}{\partial r} = 2\pi r \frac{\partial h}{\partial t} \quad (14)$$

さて、我々は揚水が次のごとく行われたものとする。

$$\left. \begin{aligned} Q_0 &= Q_0 \text{ (const)} & t_0 \leq t \leq \infty \\ Q_0 &= 0 & t_0 < t \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(1)式において、 h_0 の変化に比して h_w の変化は小さいと考え、かつ $h_w \approx H$ として、 Q_w に関する線型化すれば、

$$\frac{dQ_w}{dt} + \frac{2k' H}{l} \frac{1}{r_w} (Q_w - Q_0) = 0$$

これを(15)の条件のもとに解くと

$$\left. \begin{aligned} Q_w &= Q_0 \left(1 - e^{-\frac{2Hk'}{rw}t}\right) & 0 \leq t \leq t_0 \\ Q_w &= Q_0 \left(1 - e^{-\frac{2Hk'}{rw}t_0}\right) e^{-\frac{2Hk'}{rw}(t-t_0)} & t > t_0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

次に(3),(4)において $S = H - h$ とし線型化すると

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{kH}{\lambda} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} \right) \quad (8)$$

これを $t=0, S=0, \quad t>0 \quad r \rightarrow \infty \quad S=0,$

$$t \rightarrow 0 \text{ (又は } t \rightarrow \infty) \quad \lim_{r \rightarrow 0, (t \rightarrow \infty)} 2\pi k r H \frac{\partial h}{\partial r} = Q_w$$

のもとに解くと、周知のごとく Theis の解が得まる。

$$S = \frac{Q_w}{4\pi k H} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad \text{ここに } u = \frac{\lambda r^2}{4k H t} \quad (9)$$

ただし、これは $Q_w = \text{const} (t>0)$ とした解であるから、(7)のごとく時間と共に Q_w が変化する場合は Duhamel 積分を使って次のように表わせる。

$$S = \frac{1}{4\pi k H} \int_0^t \frac{dQ_w}{dz} dz \int_{\frac{\lambda r^2}{4k H (t-z)}}^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad (10)$$

ここで、(7)式に対する解を(10)式により求めて、以下に示す様な無次元化した要素を使って書きなおすと、最終的には(12),(13)のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{t} &= t/t_0, \quad \bar{z} = z/t_0, \quad \bar{Q}_w = Q_w/Q_0, \quad \bar{Q}_0 = Q_0/Q_0 = 1 \\ \alpha &= \frac{2k'}{\lambda} \frac{H}{rw} t_0, \quad \beta = \frac{\lambda r^2}{4k H t_0}, \quad M = \frac{Q_0 t_0}{\lambda \pi r^2} \\ \bar{S} &= \frac{S}{M} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\bar{S} = \frac{S}{M} = \alpha \beta \int_0^{\bar{t}} e^{-\alpha \bar{z}} \int_{\beta(\frac{1}{\bar{t}-\bar{z}})}^\infty \frac{e^{-u}}{u} du d\bar{z} \quad 1 \geq \bar{t} \geq 0 \quad (12)$$

$$\bar{S} = \alpha \beta \int_0^1 e^{-\alpha \bar{z}} \int_{\beta(\frac{1}{\bar{t}})}^\infty \frac{e^{-u}}{u} du d\bar{z} - \int_1^{\bar{t}} (1-e^{-\alpha \bar{z}}) e^{-\alpha(\bar{t}-\bar{z})} \int_{\beta(\frac{1}{\bar{t}-\bar{z}})}^\infty \frac{e^{-u}}{u} du d\bar{z} \quad (13)$$

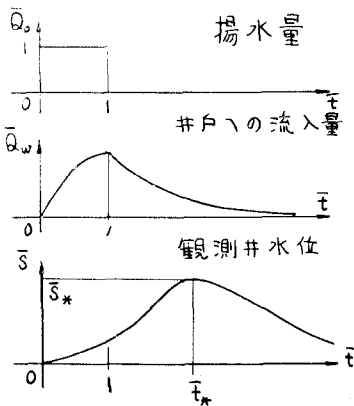


図 - 2

この(12),(13)式は、 α, β の 2 つのパラメーターを含み、それぞれ、無次元化された井戸枠の抵抗及び、地層の透水性を表わすものである。なおこれらの 2 式に対する計算は、電子計算機により計算すれば、比較的簡単にできる。

その結果は、図-2 に揚水量との関係と一緒に示してあるような特性をもっている。なお、 $\beta=0, 2.0, \alpha=0.025$ より $\alpha=0.10$ までかえて計算させた結果は図-3 に示してある。この図より、 β =一定のとき、 α (井戸枠の抵抗) が小さくなるにしたがい、観測井に表われる水位変化も大きくなり、又その山も早く表われる事がわかる。

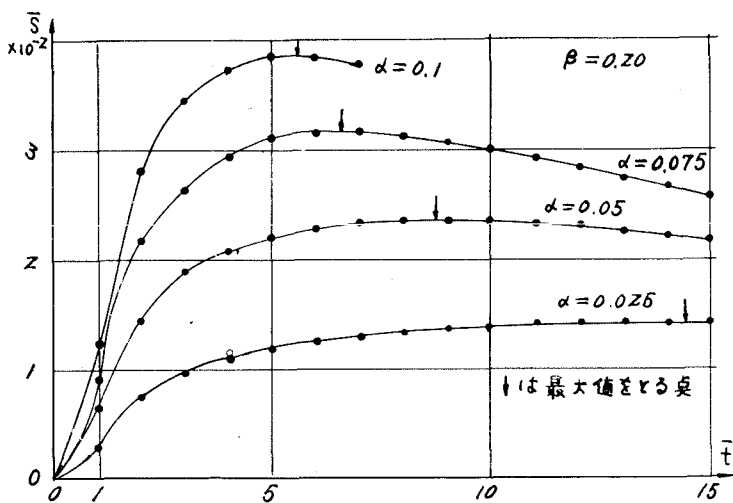


図 - 3

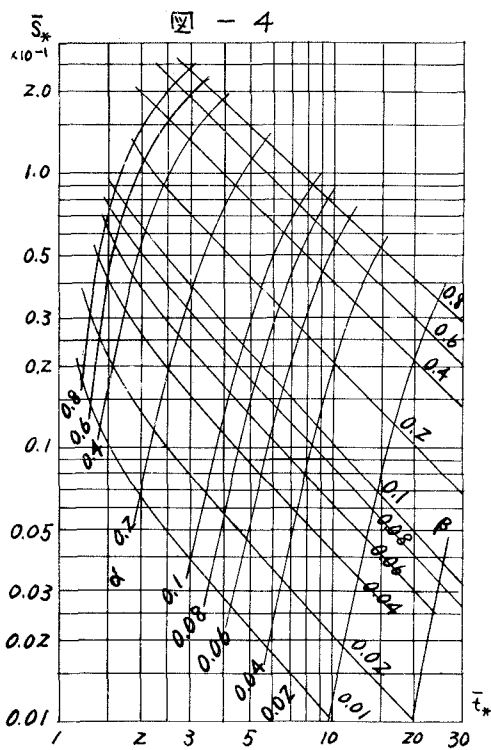


図 - 4

(3) 解析方法

さて図-2 ① に示した $\bar{S}$ についての曲線と、現地実験より求めた曲線とが一致するようにパラメータ α, β を決めてやる事を考える。もし実験値に合う α, β が求まれば (11) に示した関係より $l, l'/l$ (比透水係数) を求める事ができる。我々は、実験曲線にて最も注目できる点、すなわち水位変化の最大となる点 $(\bar{t}_x, \bar{S}_x)$ に注目して、実験曲線の山と

理論曲線の山が一致するように α, β を決定する事を考えた。そのために、パラメータ α, β を 0.01 ~ 0.8 まで変えたときに理論曲線に生ずる最大値をとる点 $(\bar{t}_x, \bar{S}_x)$ を電子計算機により計算し、それを、整理したのが図-4 および図-5 である。これらの図を使用する事により、非定常な揚水実験より、透水係数 l 、および井戸半径比透水係数 l'/l を求める事は非常に簡単となる。以下にその方法を記す。

① 現地実験での観測値より任意の観測井に生ずる水位変化の最大値 S_{max} とそれまでの揚水開始よりの時間 t を求めて、 $\bar{S}_x = S_{max}/M$ と $\bar{t}_x$ を求める。但し M の計算にポロジ μ を適当に仮定する事が必要である。

② 次に $(\bar{t}_x, \bar{S}_x)$ の点を 図-4 または 図-5 中にプロットして、その点に対応する α, β の値を読みとる。

③ (11) 式に与えた関係、即ち $l = \frac{\gamma r^2}{4Ht_0\beta}$ 、

$l'/l = \alpha \frac{rw}{2Ht_0}$ により地層の透水係数と、井戸半径比透水係数を求めることができる。

(4) 実験例に対する応用

東大、水理研究室では以前に矢板井戸に関する現場実験を行った事がある。そのときのデータについて、上記の方法により解析を行ってみた。矢板井戸は半径 $rw=1.57m$ であり、井戸枠として矢板を使用したものである。各種要素を列記すると次のようになる。

②

透水路の厚さ $H = 4.11 \text{ m}$
 井戸中より観測井までの距離 $\delta = 3.09 \text{ m}$
 揚水量 $Q_0 = 0.0196 \text{ m}^3/\text{sec}$
 揚水時間 $t_0 = 27 \text{ min.}$
 観測井は南北2つの井戸の位置に作られており、それぞれ α 井戸に生じた、水位変化の山は次のようになっていた。

北側観測井

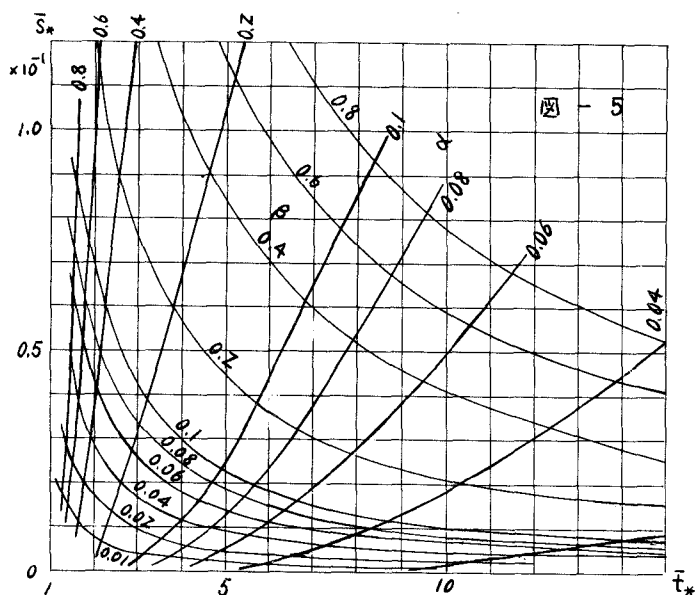
$$S_{\max} = 26.6 \text{ cm}$$

$$\bar{t}_* = 2.8$$

南側観測井

$$S_{\max} = 7.5 \text{ cm}$$

$$\bar{t}_* = 7.4$$



ここで、ポロエチー $\lambda = 0.4$ と仮定して S_* を求めた後、それぞれの点を図-4.5 中にプロットし、その点に相当する α, β を読みとると表-1 の様な値となる。又それらの値より井戸半径(矢板)の比透水係数、地層の透水係数を求めて、同じ表に示してある。結果は北、南で相当な違いが生じているが、これは北側での矢板に欠陥があった事(実験中より明白であった事柄である。)が表われているわけである。

	α	$R_0^2 \lambda_{ac}$	β	$k \lambda_{ac}$
北側	0.15	1.79×10^{-5}	0.025	5.98×10^{-1}
南側	0.064	7.64×10^{-6}	0.20	7.20×10^{-2}

(5) 結び

最後にこの解析法の特長とある点を上げて結論とする。

- (1) 現地実験からの解析で問題となる井戸の断面積と井戸半径の抵抗係数を考慮した解析法である。
- (2) 現地実験によって得られたデータに対して、簡単な計算を加えた後、図-4、図-5 を使用する事により非常に簡単に、その地層の透水係数と井戸半径の比透水係数が求まる。
- (3) 地層の透水係数、及び井戸半径の比透水係数が別々に、同時に求める事が出来る。
- (4) 図-4 の α, β の値はかなりの広範囲の値を網羅しているため、これ自体実用性は十分ある。

参考文献

- ① 物部水理学 (本間、安彦) p552 [20.5] 非定常 流
- ② 日本鋼管矢板の止水性に関する現場試験 (昭和20年4月)