II－48 移動床流れの安定性と砂床形態

東京大学工学部 正員 嶋 祐之
東京大学大学院 学生員 ○早川 典生

1° まえがき；移動河床の形態区分は，抵抗法則と関連して重要な問題であり，多くの研究成果が発表されている。理論的には Anderson, Kennedy が完全流体の微小振幅波として扱った。最近では松梨氏による安定性の研究がある。半経験的には Liu, Albertson et al, 杉尾, Garde and Albertson, Garde and Raju らの研究がある。

本文では松梨氏の得た理論解[1]の一部が Garde and Raju[2]の実験的に得た図と一致することを示し，さらにその物理性にも検討を加える。また同図により砂礫堆の形成領域についても検討を試みる。

2° 砂床の安定性；松梨氏と同様に微小振動理論を用いる。すなわち水流の運動方程式 $\partial u/\partial t + u(\partial u/\partial x) + g(\partial h/\partial x) = g(i_0 - \partial z/\partial x) - \tau/\rho h$，連続方程式 $\partial h/\partial t + \partial(uh)/\partial x = 0$，流砂量式 $g_B = k(\tau - \tau_c)^m$，流砂の連続式 $\partial z/\partial t + (1/(1-\lambda))\,\partial g_B/\partial x = 0$ において $u = U + u'$，$h = H + h'$，$z = z_0 + z'$ とおいて方程式を線型化する。ここで微小変動を，

$$\left.\begin{matrix} h' \\ z' \\ u' \end{matrix}\right\} \propto \exp(\gamma t + i\beta x)$$

とおくと，安定性に関する固有値方程式が得られる。

$$\gamma^3 + (M + P\beta i)\gamma^2 + (-Q\beta^2 + N\beta i)\gamma - R\beta^3 i = 0 \qquad (1)$$

ここで，$M = (1/\rho H)(\partial\tau_0/\partial U)$，$P = 2U$，$Q = U^2 - gH - a(\partial\tau_0/\partial U)$，$N = -(\partial\tau_0/\partial H)/\rho + gi_0 + U(\partial\tau_0/\partial U)/(\rho H)$，$a = mgk(\tau_0 - \tau_c)^{m-1}/(1-\lambda)$

松梨氏は（1）式をとりあつかうことにより安定条件として次の三式を得た。

$$M > 0,\quad T = -Q + (P - N/M)(N/M) > 0,\quad F(G + E\beta^2) > 0 \qquad (2)$$

松梨氏の解析によれば，（2）の第一式のまわりに多く描点が集中するので，これを重視し検討する。抵抗法則として

$$\log(k_s/d) = D + B\log\{u_*^2/(\rho_s/\rho - 1)gd\} \qquad (3)$$

によれば，$M = (\rho H U e_1)^{-1} = \tau_0/\rho HU\{0.5 - 2.5B(U/u_*)^{-1}\}$ となる。したがって $e_1 = 0$ 附近の（1）の解を e_1 のベキ級数であらわせば，

$$\gamma_1 = -\rho H i^3 a'\beta^2 + e_1\frac{\rho H U^3 a'\beta^2}{\rho^2H^2U^4a'^2\beta^2 + (1+b_1)^2}\Big[-\rho^2H^2U^4a'\beta^2\Big\{(1+2b_1) + \frac{gH}{U^2} + \rho^2H^2U^4a'^2\beta^2\Big\} + \tau_0(1+b_1)$$
$$+ i\beta\Big\{\rho H(1+b_1)(U^2 - gH) + \rho HU^2a'(\rho^2H^2U^4a'\beta^2(1-b_1) - \tau_0)\Big\}\Big] + \cdots$$

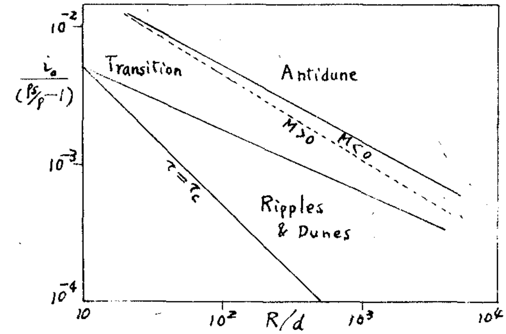
$$\gamma_2 = -\frac{1}{\rho HUe_1} + \rho HU^3a'\beta^2 - (1-b_1)U\beta i + \rho HU\{\rho^2H^2U^6a'^2\beta^4 - (b_1U^2 - gH)\beta^2\}e_1$$
$$+ \{\tau_0 - (1-b_1)\rho^2H^2U^4a'\beta^2\}e_1U\beta i + \cdots$$

$$\gamma_3 = -(1+b_1)U\beta i - e_1\frac{(1+b_1)\rho HU^3\beta^2}{\rho^2H^2U^4a'^2\beta^2 + (1+b_1)^2}\Big[\{a'\tau_0 - (1+b_1)b_1^2\} + i\{b_1^2\rho^2H^2U^4a'\beta^2$$
$$+ (1+b_1)\tau_0\}\Big] + \cdots$$

ここで，$b_1 = 2.5(U/u_*)^{-1}$，$a' = aU^{-3}$

$c_1 \to -0$ の時，δ の実数部が非常に大きくなり，この解が不安定になるものと思われる。よって，$c_1 = 0$ の近傍の δ のふるまいを知れば，砂床形態との関連を知ることができるものと思われる。

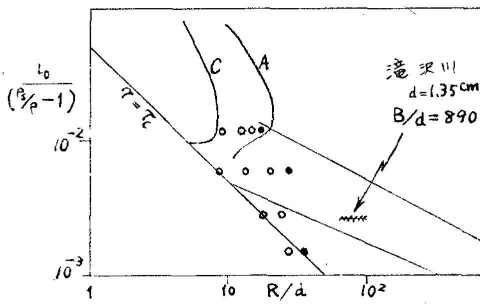
3° Garde and Raju の条件；Garde and Raju は次元解析により，$i_0/(\rho_s/\rho - 1)$，R/d，の二個の無次元量により砂床形態の区分を決定しうることを示し，多くの実験値，観測値から，図—1のような境界を得た。



図—1 Regime Criterion

ところで（2）の第一式は図—1に plot することができて，抵抗法則として松梨氏が平滑河床（Transition）の領域に対して与えた D = 1.35，B = 3.0（（3）式）を用いると，図—1の実線の左側の領域によって表わされ，Garde and Raju の Transition と逆上砂堆（Antidune）の境界線によく一致する。さらに $c_1 \to -0$ の時，δ の虚数部は大きな流砂量に対して正ならしめることができ，その時不安定攪乱は上流に伝播する。

4° 砂礫堆の形成領域；粗い砂においては三次元的形状を有する砂礫堆が容易に形成される。その形成限界については明らかではないが，木下氏[3]により H/B < 1/10 が提唱されている。



A：木下A砂 d=0.38mm B/d=348
C：木下C砂 d=1.24mm B/d=106
曲線の左側が砂礫堆発生域
○ ● 東京大学 d≒0.9mm B/d=330
○ 砂礫堆発生 ● 不発生

図—2. 砂礫堆の形成領域

砂礫堆の形成領域が木下氏の与えた条件に従うものとすれば，図—1を用いて，与えられた水路または河川に砂礫堆が発生しうるか否かを予測できる。すなわち H/B < 1/10 より $R/d \doteqdot (H/B)(B/d) < (1/10)(B/d)$ であるから，B，d を知れば図—1より砂礫堆形成のための $i_0/(\rho_s/\rho - 1)$ の最小値が得られる。したがって自然河川のように B/d の大なる場合には，$i_0/(\rho_s/\rho - 1)$ の小さな値で砂礫堆の発生が見られるものと思われる。図—2に木下氏の実験，東京大学で行った実験，および滝沢川の資料を plot した。

5° むすび；松梨氏により与えられた線型安定理論による安定限界は，Garde and Raju によって半経験的に得られた Transition と Antidune の境界によく一致する。また砂礫堆の形成領域も図—1によって予知しうるものと思われる。しかしながら δ が $c_1 = 0$ で特異性を有することの意味は不明であり，物理性に多分に疑問がある。合理的な抵抗法則の開発がまず望まれるゆえんである。

最後に本研究に協力された本学卒業生本田部南雄君に謝意を表する。

1）松梨順三郎：“開水路における移動床の不安定性について” 土木学会論文集 61, 62号
2）Garde, Raju：“Regime Criteria for Alluvial Streams” Proc. ASCE HY6 Nov 1963
3）木下良作 “石狩川河道変遷調査” 科学技術庁資源局