II−47 そ上する砂堆の発生機構について（第2報）

神戸大学工学部　正員　松梨順三郎

I 序言

本題による第1報では，そ上砂堆の発生現象を河床の不安定性にもとづくものとみなし，微小振動法の理論を適用して，砂堆の発生に対して支配的である条件式をみいだすとともに，G.K.Gilbert の二三の実験資料によってこれを検討した。しかし砂堆の伝播方向その他について理論上考察すべき若干の重要な問題点がのこされている。本報告ではこれらの解析結果をのべるとともに，著者の実験結果についてのべる。

II 砂堆の伝播方向に関する考察

開水路移動床の微小変形を規定する基礎方程式は，次式で与えられる。この方程式の特解として

$$\frac{\partial^3\eta'}{\partial t^3}+P\frac{\partial^3\eta'}{\partial t^2\partial x}+Q\frac{\partial^3\eta'}{\partial t\partial x^2}+R\frac{\partial^3\eta'}{\partial x^3}+M\frac{\partial^2\eta'}{\partial t^2}+N\frac{\partial^2\eta'}{\partial t\partial x}=0 \qquad (1)$$

$\eta'=Ae^{rt+i\beta x}$，ただし，$r=b-ic$ を与えると，その微小変形の発達および減衰をあらわす量として三つの関係量 b_1，b_2，b_3 がきまるとともに，その微小変形の対応伝播速度として w_{s1}，w_{s2}，w_{s3} がきまる。これら関係量の符号特性を一括表示すると，次表をうる。

表−1　関係量の符号特性

		正	負	零
w_{s1}	①	$\frac{N}{M}>0$	$\frac{N}{M}<0$	$\frac{N}{M}=0$
w_{s2}	①	$(P-\frac{N}{M})>0,\ M<0$	$(P-\frac{N}{M})<0,\ M<0$	$(P-\frac{N}{M})=0$
	②	$(P-\frac{N}{M})>0,\ M>0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}<0$ $(P-\frac{N}{M})^2-4Q+4(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	$(P-\frac{N}{M})<0,\ M>0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}<0$ $(P-\frac{N}{M})^2-4Q+4(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	$M>0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}=0$
	③	$(P-\frac{N}{M})<0,\ M>0,\ -Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	$(P-\frac{N}{M})>0,\ M>0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	
w_{s3}	①	$(P-\frac{N}{M})>0,\ M>0$	$(P-\frac{N}{M})<0,\ M>0,$	$(P-\frac{N}{M})=0$
	②	$(P-\frac{N}{M})>0,\ M<0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}<0$ $(P-\frac{N}{M})^2-4Q+4(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	$(P-\frac{N}{M})<0,\ M<0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}<0$ $(P-\frac{N}{M})^2-4Q+4(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	
	③	$(P-\frac{N}{M})<0,\ M<0,\ -Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	$(P-\frac{N}{M})>0,\ M<0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	
b_1	①	$\xi(\sigma+\zeta\beta^2)<0$	$\xi(\sigma+\zeta\beta^2)>0$	$\xi=0$
b_2	①	$M<0$	$M>0,\ -Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	$M>0,-Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}=0$
	②	$M>0,\ -Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}<0$ $(P-\frac{N}{M})^2-4Q+4(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$		
b_3	①	$M<0,\ -Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	$M>0$	
	②		$M<0,\ -Q+(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}<0$ $(P-\frac{N}{M})^2-4Q+4(P-\frac{N}{M})\frac{N}{M}>0$	

この表から b_1，b_2，b_3 が共に負であるためには，$\xi(\sigma+\zeta\beta^2)>0$，$M>0$，$\delta=-Q+(P-N/M)(N/M)>0$ でなければならぬ。第1報によると，$M>0$ の場合，これらは支配的条件式 $\delta>0$ によって満足される。また上表によると，$M>0$ の場合，δ の符号特性は b_2 のそれと対応する。したがってここでは b_2 に対応する微小変形の伝播速度 w_{s2} のみの符号特性について考察することにする。δ の正，零，負に対応して

は負，零，正になるわけであるが，b_2が零から正に変る近傍について，ω_{s2}の符号特性は上表から，

$$m = P - N/M \quad , \quad n = (P-N/M)^2 - 4Q + 4(P-N/M)(N/M) \qquad (2),(3)$$

の符号特性に関係する。ところで，$m<0$，$n>0$，および$\delta>0$よりそれぞれ，

$$10.14 < a < 13.7 = \left(\frac{40.56\alpha_m - 25.45}{4\alpha_m - 3}\right)_{\alpha_m = 1.1} \qquad (4)$$

$$F_r^2\left[(Y'-1)^2 - (\alpha_m-1)aX'(aX'+2-2Y') - \frac{1}{4}\left\{(2\alpha_m-1)X'a + (Y'-1)\right\}^2 - \frac{5.4\,\omega R_*^{0.38} X'^3}{(1-\varepsilon)(\gamma_s-1)}\frac{(\Psi-\Psi_c)^{\omega-1}}{\Psi^{1/2}}\right] - (X'a)^2 < 0 \qquad (5)$$

$$F_r^2\left\{(Y'-1)^2 - (\alpha_m-1)aX'(aX'+2-2Y') - \frac{5.4\,\omega R_*^{0.38} X'^3}{(1-\varepsilon)(\gamma_s-1)}\frac{(\Psi-\Psi_c)^{\omega-1}}{\Psi^{1/2}}\right\} - (X'a)^2 < 0 \qquad (6)$$

となる。ここに $a = U_{mo}/U_*$，$R_* = \{g d_{50}^3(\gamma_s-1)\}^{1/2}/\nu$，$\Psi = U_*^2/g d_{50}(\gamma_s-1)$，$\Psi_c = (U_{*c})^2/g d_{50}(\gamma_s-1)$，$X' = (-1+10.14a^{-1})/(-a/2+0.005)$，$Y' = -2.58/(-a/2+0.005)$，$\varepsilon$，$\gamma_s$ はそれぞれ底質の空隙率および砂の比重であり，α_mは流速分布の補正係数である。平滑河床における水流の抵抗法則および流砂量公式として，次式を用いると

$$U_{mo}/U_* - 11.50\log(U_{mo}/U_*) = 1.81 + 5.75\log\Psi + 11.85\log F_r \quad , \quad \Phi = 5.4R_*^{0.38}(\Psi-\Psi_c)^{2.23} \qquad (7),(8)$$

ここで，G.K. Gilbertの B砂をとり，$d_{50} = 0.375^{mm}$，$\gamma_s = 2.69$，$R_* = 29.6$，$\Psi_c = 0.0447$，$\varepsilon = 0.5$，$\alpha_m = 1.1$ を代入すると，(5)および(6)式の左辺大括弧内の第四項および第三項は他の項に比較してかなり小さいので，近似解としてはこれを省略することが可能である。図-1は式(4)，(5)，(6)をF_rの増加に対するU_{mo}/U_*の変化として示したものである。また図上の実験値はGilbertのB砂の資料および著者の実験値を示す。ただし後者については $d_{50} = 0.566^{mm}$，$\gamma_s = 2.65$ の砂を用いた。図による各式の関係は，砂漣による河床変形の場合を除いてかなりよく実験結果を説明しているものと思われる。次にb_2が零から正に変る近傍の領域D_1およびD_2ではそれぞれ表1より$\omega_{s2}<0$および$\omega_{s2}>0$である。ここに$\omega_s<0$は上流方向への伝播を示す。文献1），土木学会関西支部学術講演会概要，昭和39年11月

図-1 砂面の安定領域