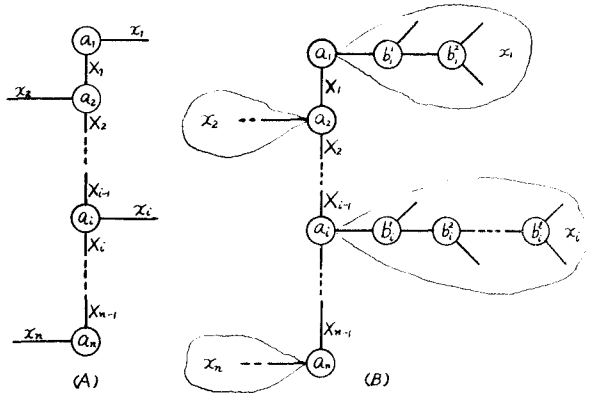


II-38 出水過程に及ぼす河道配列の影響

京都大学工学部 正員 高橋琢馬
京都大学工学部 学生員 瀬野邦男

本研究は流域内河道分布のトポロジック的モデルを基礎に、多次元非線形出水理論確立の一段階として、単位流域群からの群ピークの伝送過程を力学的、確率的概念の結晶という形で論じようとしているものがある。

1. 流域地形のトポロジック的モデル化;
河道合流系 Q_i の集合 $\{Q_i\} \in S_1$ とし、二つのこの元素から二つの元素を選び、その元素の順序を逆にした (Q_i, Q_j) を元素とする集合を S_2 とする。 S_1 が実集合であり、 S_2 がそれらをつなぐ path であり、 $S = S_1 + S_2$ を Graph, G とする。河道配列はトポロジック的には G として表現できるわけである。 S_2 の元素 P_{ij} が Q_i と Q_j であることは、



$P_{ij} = (Q_i, Q_j)$ と書くといい。このとき、 G の元素 $P_1, P_2, \dots, P_m (m = |G|)$ を link とする。流れの方向性によって、link P_{ij} は $i < j$ のときにのみ存在する。合流系 Q_1 から Q_n へ link P_{ij} に沿って $i < j$ の path, $(Q_1, Q_2)(Q_2, Q_3) \dots (Q_{n-1}, Q_n)$, のうちのどの (Q_i, Q_j) をとっててもすべて $Q_i \neq Q_j$ があるとき、この path を Q_1 から Q_n への n -chain と名づける。 G によって、 Q_1 から Q_n への chain が j 個ある場合には j 個の chain が存在する。 G は連続であるという、そうであるときは j は連続となる。非連続の場合には chain の始末または終末となりうる合流系が存在し、これを孤立系という。幹川流の合流系を Q_1 とし、支川流域の合流系を b_i とする。また支川流域を X_i とし、幹川流の link (Q_i, Q_{i+1}) に含まれる河道を X_i とする。以上の考察から、流域地形の一般モデルとして図の (B) が得られ、 $\{Q_i\} \cup \{b_i\}$ の link を考えるといくつかの chain が、あるいは一つ chain を基準としたときいくつかの孤立系が現れる。このように配列を複合系と名づける。ところで通常の流域は、出水過程に関するおもしろい従来の研究に及ぶと図の (A) のように表現できる。すなわち数 100 km 以内の流域は単位流域と名づけられ、そのような流域では $\{b_i\}$ を考慮する必要がない。このとき、 X_i を単位流域とし、河道配列は X_i と単位河道 X_i を結ぶ Q_i だけを考えればよい。河道配列は一つの n -chain をつくり、このような流域を単合系と名づけよう。もし、単位流域として扱えないものがあれば、それをまた一つの単合系として基準の単合系に結びつけよう。以下では単合系を対象とし、単位流域群 X_i から群ピークの単位河道群 X_{i+1} における伝送過程を LTI に近似し、群ピークや余剰、非余剰現象を検討していく。上述のトポロジック的モデルは、以下の理論を組み入れて、将来、(1) 新たな近似律のもとで出水実験計画、(2) ラニノフ・ニコミレータの設計、(3) ガムの配選計画とガム群の最適操作の方法等の基礎となる。以下では Q_i を単に Q と記すことにする。2. 単位系間の力学的相関と不変量; n 合流系をもつ単合系は、 n 本の X_i と $n-1$ 本の X_{i+1} からなる。これを単位系間の力学的相関を明らかにすることは、多次元要素間の相

間を明確にしておく意味が重要である。2-1-2; $\{X_i\}$ の相互関係; 任意の X_i と X_j は $i \neq j$ である。また、ピーク流量の到達時間 t_{pc} とピーク流量 Q_p は $i \neq j$ で、 $(t_{pc})_{ij} = B_{ij}^m \dots (1)$ $(Q_p)_{ij} = B_{ij}^m A_{ij} \dots (2)$ の関係が得られる。この意味は比を示す。すなわち、 $B = K L_b^p$ (K は粗度と勾配の関数、 L_b は X_i の代表長、 $p=0.6$) は NTI_c と $NTI_c \sim NTI$ (NTI を含む) の両パターンで実行し、 NTI_c に対しては B 、 $NTI_c \sim NTI$ に対しては B と B_c と、指数 m は、 $m=1$ for B 、 $m=2$ for B_c である。右は降雨の形状係数である。2-2; X_i と X_j の相互関係; (i) X_i と X_j の間、 $(t_{pc})_{i,j} = 1 + \alpha T_i / (t_{pc})_i = B_{i,j}^m \dots (3)$ が成り立つとき、 X_i と X_j のピークは合致する。 α は降雨の形状係数を略す、 T_i は X_i の伝送時間、 $T_i = PK L_i / Q_p^{1-p}$ (K は粗度と勾配の関数、 L_i は河道長、 Q_p は X_i のピーク流量、 $p=0.6$) で与えられる。(ii) 群ピークの時間間隔; X_j と任意の $X_i (j>i)$ のピーク時間間隔を $|T_{i,j}|$ とすると、 $|T_{i,j}| = |(t_{pc})_j - (t_{pc})_i - \sum_{k=i}^{j-1} T_k| \dots (4)$ と表わされる。 t_{pc} は X_i のピーク時刻である。つまり図1に示す群ピークの相隣れる時間間隔 $|T_{i,m}|$ は、 $|T_{i,m}| = |T_{i,i+1}| + |T_{i,i+2}| + \dots + |T_{i,m}| \dots (5)$ と表わされる。もし、 $(t_{pc})_i = \text{const} = t_p$ ならば、 $|T_{i,m}| = T_i$ である。2-3; $\{X_i\}$ の相互関係; 一般に、 T_{ij} は、 $T_{ij} = K L_i Q_{pi}^{1-p} / K_j L_j Q_{pj}^{1-p} \dots (6)$ と表わされるが、 X_i の LTI 近似を考慮すれば、 $T_{ij} = L_{ij} \dots (7)$ である。

3. 群ピーク合致現象の確率過程; $\{X_i\}$ の LTI 仮定を考慮すれば、ピーク合致、非合致の確率過程は独立過程となる。いま、上流から下流へ、隣り合、た単位流域群 $\{X_{i,i+1}\}$ のピーク合致、非合致の事象の可能集合を C_n とする。 C_n に含まれる事象を元素記号とすれば、 n は細胞である。 $\{C_n\}$ の数は、 $n(C) = 2^{n-1} \dots (8)$ である。つまり、 n 個の事象を P_n^i とすれば、 $n(P_n^i) = (C_n^i) \dots (9)$ とする。 P_n^i の尺度を $m(i)$ とすれば、 $\sum_{i=1}^{n-1} m(i) = 1$ かつ $\sum_{i=1}^{n-1} m(P_n^i) = 1 \dots (10)$ である。 $m(P_n^i)$ は命題 P_n^i の確率 $Pr(P_n^i)$ であり、 $Pr(P_n^i) = \sum_{j=1}^{n-1} \prod_{k=1}^{j-1} Pr_{i,i+1} \cdot Pr_{j,i+1} \dots (11)$ と表わされる。すなわち、 $Pr_{i,i+1}$ 、 $Pr_{j,i+1}$ は合致、非合致の確率で、 $Pr_{i,i+1} + Pr_{j,i+1} = 1 \dots (12)$ である。とくに、 $Pr_{i,i+1}$ の平均化の近似が得られ、 $(Pr_{i,i+1})_S = p_c$ となり、 $Pr(P_n^i)$ は二項分布、 $Pr(P_n^i) = (C_n^i) p_c^i (1-p_c)^{n-i} \dots (13)$ とする。つまり、 P_n^i の期待値を $E(P_n^i)$ とすれば、 $E(P_n^i) = \sum_{j=1}^{n-1} j Pr(P_n^i) \dots (14)$ と表わされる。以上は、出水量の判定と多次元出水理論の一つの確率論的基礎を与える。

4. 合流流量におけるピーク発生時刻とピーク流量の期待値; 4-1; 合流点①における河道ピークの発生時刻の期待値、 $E(T_{pi})$ は、 $E(T_{pi}) = \sum_{j=1}^n T_{pi} Pr(T_{pi})$ であり、 $Pr(T_{pi}) = Pr(P_{pi}^i)$ 、 T_{pi} は i である。 $E(T_{pi})$ はパルス化された $\{Q_{pi}\}$ の重心に与える期待値である。問題を簡単にするために、 $(t_{pc})_i = \text{const} = t_p$ とおけば、 $E(T_{pi} - t_p) = \{ \int_0^{\infty} (\sum_{j=1}^{n-1} Pr_{i,i+1}^{j-1}) Q_{pi} + \int_0^{\infty} (\sum_{j=2}^{n-1} Pr_{i,i+1}^{j-2}) Q_{pi+1} + \dots + \int_0^{\infty} Pr_{i,i+1}^{n-1} Q_{pi+n-1} \} / \sum_{j=1}^{n-1} Q_{pi} \dots (15)$ と表わされる。すなわち、 $Pr_{i,i+1} = e^{-E(T_{pi})} \dots (16)$ の指数分布を仮定すれば、 T_{pi} は合致基準 t_p を定する値である。①点までの出水系全体にわたる表現は $\sum_{j=1}^n Q_{pi} \cdot E(T_{pi} - t_p) = (T_r) \sum_{j=1}^n Q_{pi} \dots (17)$ であり、 T_r は i である。②式の関係を用いれば、上式は $(A_{pi}) \cdot E(T_{pi} - t_p) = (T_r) A_{pi} \dots (18)$ と表わされ、 A_{pi} は①点までの全流域面積、 A_{pi} は X_i の流域面積である。変換行列 (T_r) は、 j は i の行列である。その l 個の元素は $\int_0^{\infty} (\sum_{j=1}^{n-1} Pr_{i,i+1}^{j-1}) Q_{pi} \dots (19)$ である。4-2; ①点における河道ピーク流量の期待値 $E(Q_{pi})$ は、 $E(Q_{pi}) = \sum_{j=1}^n w_j Q_{pi} \dots (20)$ とおけば、重さ w_j は、 $w_j = \beta_j \beta_0 \sum_{j=1}^{n-1} Pr_{i,i+1}^{j-1} \dots (21)$ (ただし、 $w_j = e^{-\alpha(T_{pi} - t_p)}$) と表わされる。すなわち、 $\beta_j \beta_0 = \exp(\alpha(T_{pi} - t_p) \cdot \exp(-\alpha d(T_{pi} - t_p))) \dots (22)$ であり、 α は Q_{pi} の側溝形状係数である。①点までの出水系全体にわたる表現は、 $E(Q_{pi}) = \beta_i (T_0) \sum_{j=1}^n Q_{pi} \dots (23)$ と表わされ、変換行列 (T_0) は対角行列であり、その l 個の元素は、 $\beta_0 \sum_{j=1}^{n-1} Pr_{i,i+1}^{j-1}$ である。

以上、多次元非線形出水理論確立への取り組みのプログラマーを概観したが、実河川への適用例と、工学的諸問題への応用について詳細に述べる。