

1. 緒言. アーチダム段落水流の堤頂部形状に当たっては, 段縁点付近における急変流の安定に及ぼす要素が考慮される. 本報告は, 水門流出の二次元定常流の模型について, その段縁水深および段縁部付近の堤表面の圧力, 層流境界層の安定に関して特性を検討した.

ダム越流頂における二次元流の水理解析は, 一次元流の Euler の運動方程式および Bernoulli の energy 方程式より速度分布の式が得られ, 近似的に水流の鉛直方向の曲率半径と free Vortex とを同一視し, 二次の多項式で仮定すると次のように表わされる.

a. Free Vortex. .... (1) 
$$r = \frac{1}{h_s} (R_s - R_e) h + R_e \text{ とおき, } U = \sqrt{2g(E + Y - h_s \cos \theta)} \left[ \frac{R_s}{(R_s - R_e) h / h_s + R_e} \right]^{h_s / (R_s - R_e)}$$

$$g = \frac{1}{(R_s - R_e - h_s)} h_s R_s \sqrt{2g(E + Y - h_s \cos \theta)} \left\{ \frac{[1 - \frac{h_s}{R_s - R_e}]}{R_s} - \frac{[1 - \frac{h_s}{R_s - R_e}]}{R_e} \right\} \dots (2) \quad \left( \frac{h_s}{R_s - R_e} \neq 0 \right). \quad \text{c. } r = ah^2 + bh + c$$

とおき, 
$$U = \frac{\sqrt{2g(E + Y - h_s \cos \theta)} e^{-\frac{1}{\sqrt{E^2 - 4ac}} \ln \left| \frac{(2ah + b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{(2ah + b + \sqrt{b^2 - 4ac})} \right|}}{\frac{1}{\sqrt{E^2 - 4ac}} \ln \left| \frac{(2ah + b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{(2ah + b + \sqrt{b^2 - 4ac})} \right|}} \dots (3) \quad (b^2 > 4ac),$$

$$U = \frac{\sqrt{2g(E + Y - h_s \cos \theta)} e^{-\frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \operatorname{arctan} \left[ \frac{(2ah + b) / \sqrt{4ac - b^2}}{1} \right]}}{\frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \operatorname{arctan} \left[ \frac{(2ah + b) / \sqrt{4ac - b^2}}{1} \right]} \dots (3') \quad (b^2 < 4ac). \quad \text{ここへ, } a, b, c \text{ は任意定数, } E$$

は頂点上の energy,  $h$  は流水断面上の任意水深,  $h_s$  は水面までの水深,  $g$  は単位幅当の流量,  $r$  は流水断面上の任意流線の曲率半径,  $R_s, R_e$  は水面, 堤面に沿う流線の曲率半径,  $U$  は流水断面上の potential flow の速度分布,  $Y$  は頂点から任意堤面までの鉛直距離,  $\theta$  は堤面接線と水平線とのなす角度,  $g$  は重力の加速度. その他の解析法としては, 複素 potential および flow net による方法等が供される. 特に free vortex の仮定は述べるまでもないが, 著者は任意の不規則な形状に対して free vortex の仮定と実験値と比較して急変部を除いては近似的に極めてよく従う結果を得ている. しかしながら, ダム越流頂に対してこれ等の理論式を実証することは困難である.

2. 段縁水深 段縁水深 (落水点水深, 末端水深, end depth, terminal depth, brink depth) に関する研究は, 矩形断面水路, 三角形断面水路, 台形断面水路, 円形断面水路, 抛物線形断面水路等の場合について広範囲研究が行なわれている. しかしながら, いずれも鉛直曲率の影響を含まない場合であって, アーチダム段落水流に, これ等の解析結果を直接適用することは困難である. アーチダム段縁水深に対して (1) 式の仮定に基づいて, 堤表面に沿う流線が段縁点で大気圧となることから段縁水深を求めると次のように表わすことが出来る.

$$U_e = \frac{1}{(R_e + h_e)} R_e \sqrt{2g(E + Y_e)}, \dots (4) \quad R_e / W = (E + Y_e) \left[ 1 - \frac{R_e^2}{(R_e + h_e)^2} \right] - h_e \cos \theta_e, \dots (5)$$

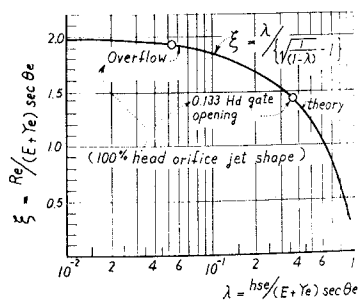


図 - 1

$$R_0/w = 0, \text{ の関係より } hse/R_0 = \alpha_e \text{ とおき } hse = (E + Y_e) \left[ 1 - \frac{1}{(1 + \alpha_e)^2} \right] \sec \theta_e. \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2g} (E + Y_e)^{3/2}} g \cos \theta_e = \frac{1}{(1 + \alpha_e)^2} \left[ (2 + \alpha_e) \ln (1 + \alpha_e) \right] \dots\dots\dots (7) \quad \xi = \frac{\lambda}{\left[ \sqrt{\frac{1}{1 - \lambda}} - 1 \right]}. \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\xi = R_0 / (E + Y_e) \sec \theta_e$ ,  $\lambda = hse / (E + Y_e) \sec \theta_e$ ,  $h_e$  は段縁水深上の任意点の水深,  $hse$  は水面までの段縁水深,  $P_0/w$  は段縁水深上の任意点の圧力水頭,  $P_{s0}/w$  は段縁水深上の水面流線の圧力水頭 (大気圧),  $U_0$  は段縁水深上の速度分布,  $R_0$  は堤表面に沿う流線の段縁点における曲率半径,  $\theta_e$  は段縁点における堤面接線と水平線とつなす角度。故に、(6), (7), (8) 式より段縁水深の関係は、無次元量  $g \cos \theta_e / [\sqrt{2g} (E + Y_e)^{3/2}]$  によって決定される。これは段縁水深および段縁点表面に沿う流線の曲率半径が、幾何学的要素  $Y_e, \theta_e$  および頂点上の energy  $E$ , 流量  $Q$  によるものであって、段縁堤体の有する曲率半径とは全く無関係であり、 $E$  が一定の場合、門扉開高の増加とともに、急変流の変化量が増大されることを明らかに示している。 $1/50$  の模型による実験結果と、この理論値の比較を行なったものが図-1であり、段縁水深に対して極めてよく一致する結果を得ている。 $R_0$  は門扉小開度の場合、全開の場合とではかなり異なっており、門扉開度を零に近づけると、段縁堤体のもつ曲率半径に接近することが図-1から明確に見られる。(この模型実験に用いた堤顶部形状は、設計水頭 100 percent flood の orifice jet shape であり、堤表面の energy loss に関して厳密に計算を行なった  $(E + Y_e) \sec \theta_e$  に従ってプロットしたものである。)

一定勾配水路における段縁付近の急変流の解析法は、運動量方程式により運動量係数  $\alpha$  とし、Critical depth, normal depth, end depth, 圧力係数により導かれた整理されているが、同様にして、二次元流の  $x$  方向の運動量方程式を変形した (9) 式により (1) 式の仮定の適用に基づく (10) 式のように変えられる。

$$W \cos \theta_e \int_0^{hse} P_0/w dh_e + \rho \cos \theta_e \int_0^{hse} U_0^2 dh_e - W \cos \theta_{L,0} \int_0^{h_{L,0}} P_0/w dh_{L,0} - \rho \cos \theta_{L,0} \int_0^{h_{L,0}} U_{L,0}^2 dh_{L,0} - W \int_0^{L_e} h_{s(e-L)} \sin \theta \cos \theta dL + \int_0^{L_0} \frac{\cos \theta}{\tau_{(e-L)}} dL = 0. \dots\dots\dots (9)$$

$$(E + Y_e) \left[ hse + R_0 \left( 1 - \frac{R_0}{R_0 + hse} \right) \right] \cos \theta_e - \frac{1}{2} (hse \cos \theta_e)^2 - h_{L,0} (E + Y_{L,0}) \left( \frac{h_{L,0}}{R_{L,0}} + 2 \right) \cos \theta_{L,0} + h_{L,0}^2 \left( \frac{h_{L,0}}{R_{L,0}} + 1.5 \right) \cos^2 \theta_{L,0} - \frac{L_e}{2} (hse + h_{L,0}) \cdot \sin \left( \frac{\theta_e + \theta_{L,0}}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta_e + \theta_{L,0}}{2} \right) + \int_0^{L_e} \frac{\cos \theta_{(e-L)}}{\tau_{(e-L)}} dL = 0. \dots\dots\dots (10) \quad g = \sqrt{2g(E + Y_{L,0} - h_{L,0} \cos \theta_{L,0})} (R_{L,0} + h_{L,0}) \ln \frac{(R_{L,0} + h_{L,0})}{R_{L,0}}. \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $v$  は流水断面上の potential flow の速度分布,  $\rho$  は水の密度,  $L_e$  は段縁点から任意流水断面までの堤面に沿う短い距離,  $L$  は堤面に沿う距離,  $R$  は堤表面に沿う流線の曲率半径,  $\tau$  は堤表面摩擦の強さ, suffix 記号は、 $e$  は段縁点,  $L$  は急変流内の任意流水断面位置,  $0$  は急変流上流端の normal flow の位置,  $s$  水面, と表示する。従って、(1) 式の仮定および上述の理論により、段縁付近の境界層と足の圧力  $(E + Y)$ ,  $\theta_e$ ,  $g$ ,  $R_0$  の函数として求められる。

3. 段縁付近の境界層。この段縁付近に沿う、流れの函数  $f(\eta)$  による二次元定常流の境界層の常微分方程式は、Falkner, Shan により取扱われた層流境界層方程式から導くと、 $\gamma$  項を有する次のような常微分方程式に従うことと与えられる。

$$f''' + \alpha f f'' + \beta (1 - f'^2) - \gamma = 0. \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $\alpha, \beta, \gamma, \eta$  は次の函数で表わされる。

$$\alpha = \frac{1}{U_\infty} L g \frac{d}{dx} (U^2), \quad \beta = \frac{1}{U_\infty} L g^2 \frac{dU}{dx}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho U U_\infty} L g^2 \frac{dY}{dx}, \quad \eta = \frac{1}{L g} \gamma \sqrt{\frac{1}{U_\infty} L}, \quad \dots\dots (13)$$

ここに、 $g$  は  $y$  に対する無次元尺度要素、 $L$  は  $x$  に対する無次元量のための特性長、 $U$  は potential flow の  $x$  の速度分布、 $U_\infty$  は  $U$  に対する無次元量のための速度、 $Y$  は頂点を原点とした堤表面曲線、 $\rho$  は水の密度、 $\gamma$  は  $y$  の相似無次元変数。この相似解が実在するのための potential flow の速度分布および  $y$  の尺度要素  $g$  は次式のように導かれる。

$$\frac{U}{U_\infty} = \left\{ K^{\frac{2}{2\alpha-\beta}} \left[ \frac{1}{L} (2\alpha-\beta) \right]^{\frac{\beta}{2\alpha-\beta}} \right\} x^{\beta/(2\alpha-\beta)} \quad \dots\dots (14) \quad g = \sqrt{(2\alpha-\beta) \frac{x}{L} \frac{U}{U_\infty}} \quad \dots\dots (15)$$

ここに、 $K$  は定数である。

この越流頂上沿う境界層の相似解は、任意の  $\alpha$ 、又は  $\beta$  値の仮定を考慮することにより (14)、(15) 式および (13) 式により、potential flow  $\frac{U}{U_\infty}$  の函数および  $g$  が与えられて、その  $x$  の函数  $U$  と  $\gamma$  によって、境界層内の速度分布が変化されてゆく。剝離点に関しては古くから論じられている問題である。この越流頂の剝離点に関して (14) 式を各の場合について解くことが非常に困難であるので、P4 - method の Pohlhausen の近似解法により、越流頂の場合の shape factor  $A$  を導くと

$$\mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{y=0} = \frac{dp}{dx}, \quad \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{y=0} = \frac{1}{\delta^2} 2\delta U, \quad \delta = \frac{\delta^2}{2\mu U} \frac{dp}{dx} = -\frac{A}{2} \text{ とおき, } A = -\frac{dp}{dx} \frac{\delta^2}{\mu U} \quad \dots\dots (16)$$

ここに、 $\delta$  は P4 - method の  $\eta^2$  項の係数、 $u$  は境界層の速度分布、 $U$  は外端の potential flow の  $x$  の速度分布、 $\frac{dp}{dx}$  は境界層の圧力勾配、 $\delta$  は境界層の厚さ、 $\mu$  は粘性係数。

4. 設計水頭の 75 percent head の orifice jet 堤頂曲線の考察。堤頂部形状は設計水頭に基づき standard, orifice jet, irregular 等の shape が用いられる訳であるが、アーチゲムに水門を設ける場合は orifice jet shape が用いられる。しかしながら能力を大きくするために、設計水頭を減ずる場合が起り得る。そこで 75 percent head に下げた orifice jet 曲線を取りつけた模型について、門扉小開度下、上述の考察を行なったものが表-1、図-2、図-3、図-4 である。

このように設計水頭を 75 percent head に減じると、段縁近傍の微小距離で局所的現象が起り  $A$  は -4.1893 まで低下することから表-1 から見られる。normal flow の位置においても境界層の圧力は逆圧力勾配の状態となり、 $A$  は負の領域となる。この結果は剝離よりも、速度変動の不安定擾乱領域に關する問題となる。

## 5. 結論

鉛落水流を有するアーチゲム堤頂部に当たっては、段縁付近に沿う境界層が極めて重要な問題である。流量係数能力を良くするために設計水頭を減じて取る場合がある。そこで設計水頭を 25 percent 減らした 75 percent head orifice jet shape を用いると、段縁付近に沿う境界層の圧力は逆圧力勾配の状態になり、段縁近傍の局所的現象位置においては  $A$  が -4.1893 まで低下することと明確に示している。この結果は、このように、段縁付近で逆圧力勾配になっても、境界層剝離の現象は全く起らないが、 $R_0 \rightarrow \infty$  に対しても、不安定擾乱領域の実在することの明らかであり、設計上極めて重要なことである。

越流頂の安定問題の種々の検討に関して現在行なっている。

| X座標      | $\Delta$   | $\delta^*$         | $\tau$                                         |
|----------|------------|--------------------|------------------------------------------------|
| m        |            | $\times 10^{-3}$ m | $\frac{\text{ton}}{\text{m}^2} \times 10^{-3}$ |
| 0.11     | -0.0948    | 0.4770             | 0.3133                                         |
| 0.12     | -0.0967    | 0.5166             | 0.2890                                         |
| 0.13     | -0.08119   | 0.5551             | 0.2690                                         |
| 0.14     | -0.08631   | 0.5916             | 0.2525                                         |
| 0.14611  | 0          | 0.6127             | 0.2448                                         |
| 0.14613  | (+43.7640) | —                  | —                                              |
| 0.14615  | 0          | 0.6120             | 0.2452                                         |
| 0.14617  | -4.1883    | 0.6465             | 0.1936                                         |
| 0.146183 | 0          | 0.6121             | 0.2452                                         |

表 - 1

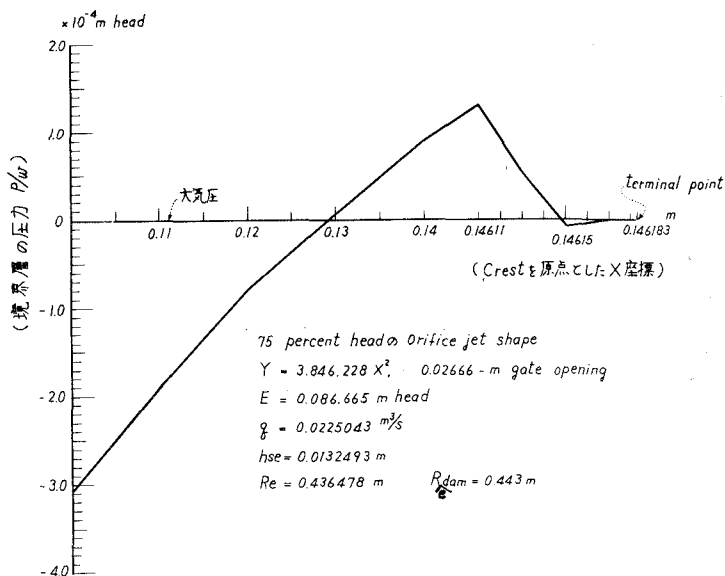


図 - 2 段縁付近の境界層の圧力分布

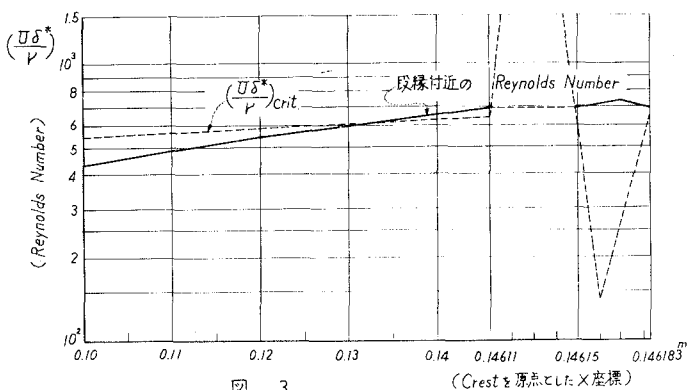


図 - 3

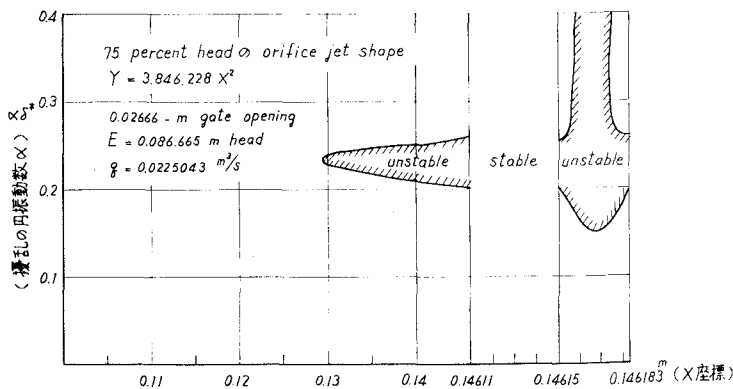


図 - 4 段縁付近の不安定擾乱域