

II-22 段波の変形について

大阪大学工学部

正員 空 田 明

新日本技術工科大学

正員 奥 田 泰 清

1. まえがき： 水位上昇速度の大きい巨浪高潮や津波などの河川通過を考ふる際は段波として取り扱わねばならぬ。ところで不安定モーメントが無限である理想波は勿論のこと波面のくづれた一般の段波でもその進行につれて必ず波の分散が起り各分散波は最終的には安定なフノイド波列を形成するという。しかも Favre の実験あるいは Kenelogan の計算によれば分散波 1 波の波高が最大で、段波波高の約 $3/2$ 倍であると信じられている。

我々は以上の成果が、比較的波高の小さい微小振幅の段波にのみ適用されるべきものであつて、有限波高の段波においてはむしろ変形の遷移過程を檢討し注目されるべきものとして以下に示す如き成果を得た。段波変形の解析を更に拡張した。本文中の記号を Fig. 1 に示す。なお段波の発生は piston type の wave generator を用い、実験水槽は $30^m \times 4^m \times 0.5^m$ の矩形断面水平床水路である。

2. 分散波の波高、周期： 段波あるいは分散波の進行に伴う波高変化の一例を Fig. 2 に示す。このような遷移状態では 1 波波高も決して一定値をこたないし、砕波前後での波高・波形の変動は複雑である。

さて分散波については波頂曲率を考慮した有限振幅長波の一般式を適用しようとするに従つて波の伝播速度 C は次の如くである。

$$C = C_0 \left[1 + \frac{3}{2} \frac{\eta}{H_0} + \frac{H_0^2}{3\eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right]^{1/2}, \quad (2 = gH) \quad (1)$$

一方、実験によれば分散波 1 波の伝播速度は（砕波直前を除く）段波の伝播速度（1）に殆んど等しい。従つて、

$$C_0 = C_0 \left[1 + \frac{3}{2} \frac{h}{H_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

（なお、分散波を保存波として $C = C_0 (1 + \frac{\eta}{H_0})^{1/2}$ とすると、相対波高 η/H_0 への段波を式 (2) の $(h/H_0)^2$ 項を省略し、かつ $C = C_0$ とおけば $\eta/H_0 = 1.5$ といふ不合理な結果がえられる。）

$C = C_0$ として式 (1), (2) より、

$$\frac{3}{2} \frac{\eta}{H_0} + \frac{H_0^2}{3\eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \text{const.} \left(= \frac{3}{2} \frac{h}{H_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{H_0} \right)^2 \right) \quad (3)$$

$$\text{あるいは、} \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{3}{2} \frac{\eta h}{H_0^2} \left\{ \alpha \left(1 - \frac{\eta}{h} \right) + \frac{h}{H_0} \right\} \quad (4)$$

よつて分散波の変形は式 (3) の解から満足し、式 (4) の解から、かつ、式 (3) の解が伝播速度を満足

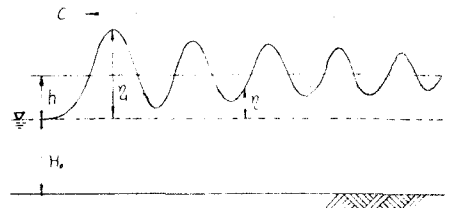


Fig. 1

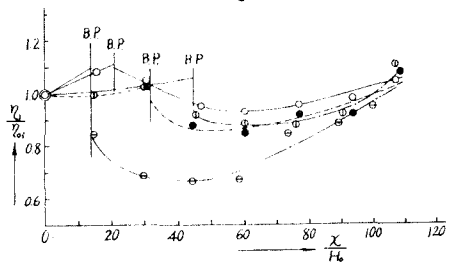


Fig. 2

に変わらない。例えば研波後の波高低減 (Fig. 2 参照) の際は波頂が flat になり研波前は其の逆である。
式(3)の実験値による検証を Fig. 3 に示す。さらに、式(4)は勿論分散波1波にも適用しうるから

$$\text{波頂で } \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right)_{\eta=\eta_1} < 0, \text{ 従つて式(4)より } \frac{\eta_1}{h} < 1 + \frac{h}{3H_0}, \quad (5)$$

同様に、trough では

$$\frac{\eta_2}{h} > 1 + \frac{h}{3H_0}. \quad (6)$$

すなわち有限波高の段波では分散波波高は決して一定値をとらず上の範囲内で fluctuate する。なお、 η_1/H_0 は研波限界 (cnoid 波とすれば 0.731) を越えることが出来ない。これ等の関係と実験値を Fig. 4 に示す。下図によつて分散波変形に関する我々の見解が妥当であることが立証される。

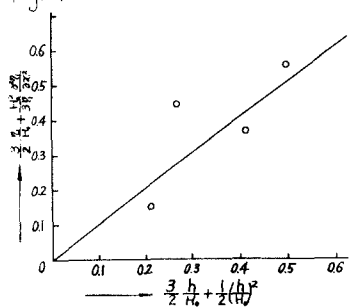


Fig. 3

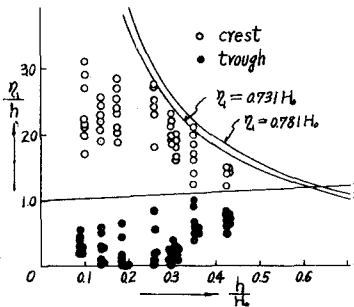


Fig. 4

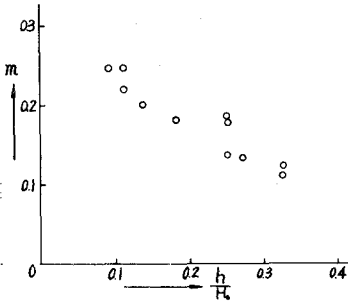


Fig. 5

定数における波形の時間的変動において、波高: $a_i = \eta_{i-1, \max} - \eta_{i-1, \min}$ を $a_i = a_1 \exp m(t-t_0)$ とおけば減衰率 m は Fig. 5 の如く相対波高の一義的な関数の如くである。なお、分散波の波1波から後続素波の生起の機構は拡散過程であらうと想像し現在解析中である。

分散波の周期については、若し全分散素波の伝播速度: C_i が一定で $C_i \equiv C_0$ とおけるのであれば、基本微分方程式 (4) を解いて cnoid 波類似の解がえられ周期あるいは波長が試算的に求まる。しかし実験によれば

$$C_2 = 0.992 C_1, \quad C_3 = 0.976 C_1, \quad C_4 = 0.963 C_1 \quad \text{etc.}$$

となり即ちの波ほど伝播速度が低減するので、波長は進行につれて緩かに増加する傾向をとる。

3. 研波条件および研波位置: piston によつて発生された段波には研波するものではないものがある。いうまでもなくピストンは瞬間的に定速に入ることが出来ず我々の場合はば 1.0 sec の加速範囲を要し、従つてそのピスト: 加速に対応してほぼ直線的な初期水位上昇 (forerunner) が現われる。発生波が break するかどうかはこのピスト: の加速度 dU_p/dt と波先の水位上昇速度 $d\eta/dt$ に関係し、実験によるその限界はたとへば $h/H_0 = 0.25$ のとき $U_p/C_0 \approx 0.35$ の程度である。

波先と共に動く座標: $\tau = Ct - X$ によつて基本式を表現し、波速 C 、流速 U を τ について展開し、 $C = C_0 + C_1(X)\tau + C_2(X)\tau^2 + \dots$ とおける次の項までを考慮して波先が静水面となす由: θ は次式で与えられる。^{*}

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \left(\frac{\partial \eta(X, \tau)}{\partial \tau} \right)_{\tau=0} = \frac{2C_0 C_1}{g} \\ &= -1 / \left\{ \frac{3}{2} \frac{X}{H_0} - C_1 \left(\frac{d\eta}{d\tau} \right)_0 \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

波先が直立して研けると考え上式分母を 0 とし研波位置 $X = X_b$

の理論曲線が Fig. 6 の如くえられる。

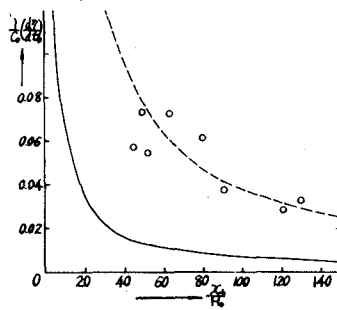


Fig. 6

* 計算の詳細は「段波の遷移過程に関する実験的研究」, 室田 源一, 第9回水理講演会講演集, 昭40-2 を参照されたい。