

1]. 流水が粒子を浮遊すると流速分布や水路の抵抗係数が変化することは良く知られており, Karman の基礎的実験以来, 多くの理論や実験が発表されて来た。最近では, MIT における Ippen や Daily の研究以来さらに力学機構についての周知が深められて来ている。

2]. 粒子を浮遊した流れの動粘性係数 ν_e は Eilers¹⁾によれば, 粒子の体積濃度を C として

$$\nu_e/\nu = \{1 + 25C/2(1 - 135C)\}^2 \quad \dots \dots \dots (1)$$

となる。一方, エネルギー授受の分布は壁面近くでは $Re = U_*^2/\nu_e$, 水面近くでは U_*^2/ν_e に関して三次元表示をすれば相似になる。

粘性底層の厚さに肉するレイノルズ数は, フエット流の安定限界に対応し流体の性質には無関係に一定値(115)である。この際動粘性係数は粘性底層内のものではなくこれに換する流体の ν_e (ν_e) であり; したがって前述の Re も ν_e を用いる。粘性底層の厚さ δ_* は, $U_* = O(10)$, $\nu_e = O(10^{-2})$ あるいは 0.1 mm のオーダーであって粒子の大きさと同程度のものである。したがって, 粒子流では粘性底層と粒子との干渉のため普通の流れと異なる事情が生じるであろう。しかし, 粒子濃度があまり高くなければ, 零近似として単相流についての知識を適用することができるであろう。

壁面近くでのエネルギー消散率は $D_v = (\rho U_*^4/\nu_e) \cdot f_n(U_*^2/\nu_e)$ と表わされ, 壁面から遠くでは $D_r = \rho \alpha (1 - \alpha^2 C) \tilde{u}^3/L$ で与えられる。(こゝに, $\tilde{u}$: 流速の r.m.s., L : 管内直径で球形に分布するに類似¹⁾) Re に関する相似の成り立つ限界レイノルズ数を $Re_* = U_* \delta_*/\nu_e$ とし, D_v はおよび D_r もそれぞれ $(0 \sim \delta_*)$ ($\delta_* \sim R$) の範囲で積分し, さらに粒子を浮遊するためのエネルギー $S = \rho g (1 - 1) U_* R C$ と加え, これをエネルギー・プロダクション $P_r = \rho U_*^2 U_*$ に等しいとすれば, 滑面に対する粒子流の抵抗法則がえられる。²⁾ ($f = 8(U_*^2/U_0)^2$)

$$\frac{\sqrt{f}}{f} = \frac{(1 - \alpha^2 C)}{Re_*} \cdot \frac{L_0}{L} \left(\frac{\tilde{u}}{U_0}\right)^3 \ln\left(\frac{1}{Re_*} \cdot \frac{U_0 R}{\nu_e} \cdot \sqrt{\frac{f}{8}}\right) + \frac{g(1 - 1) U_* R C h^4}{\nu_e^3} \left(\frac{\nu_e}{U_* R}\right)^3 \left(\frac{8}{f}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{Re_*} (\ln Re_* - 1) + A_s \quad \dots \dots \dots (2)$$

ところで, 粒子の存在によっても Re_* は不変であるから, 粒子流では濃度の増加につれて δ_* は外側に押し出されるが(水路勾配・水深したがって U_* は一定に保つとき), $(0 \sim \delta_*)$ 内におけるエネルギーの消散は粒子の存在には無関係に一定である。したがって, δ_* が成長した分だけ D_r 消散が減少する。中立浮遊粒子では, $S = 0$ であり流れ全体のエネルギー・プロダクション $(\rho U_*^2 U_0)$ は減少する。それゆえ, (U_* = 一定と考えているから) 抵抗係数 $f = 8 U_*^6 / (U_*^2 U_0)^2$ は増加する。

また, 粒子流の速度分布を対数法則

$$U/U_* = (1/R_*) \ln(U_*^2/\nu_e) + A_s' \quad \dots \dots \dots (3)$$

で表すと, Karman 定数の粒子流遊による変化は求められているけれども¹⁾, A_s' については不明であった。式(3)を積分して抵抗法則を導き, これを式(2)と比較すれば A_s' は次のようになる。

$$A_s' = A_s + \frac{3(1 - 1) U_* R C h^4}{U_*^3} - \frac{1}{Re_*} \left\{ \frac{L_0}{L} (1 - \alpha^2 C) \cdot \frac{1}{U_*} \left(\frac{\tilde{u}}{U_0}\right)^3 \right\} \ln\left(\frac{1}{Re_*} \cdot \frac{U_0 R}{\nu_e} \cdot \sqrt{\frac{f}{8}}\right) - \frac{1}{Re_*} \left(1 - \frac{L_0}{L}\right) (\ln Re_* - 1) \quad \dots \dots \dots (4)$$

3]. Laufer の実験²³⁾から y/δ に因する相似の成立する範囲を求めると、 $y/\delta = 0.3 \sim 0.35$ である。これを Re に換算すれば、 $Re_* = 315 \sim 368$ になる。したがって、式(3)において $Re_* \approx 300$ とする。

一方、 D_T は $D_T = \frac{U_*^4}{\nu_e} \frac{\nu_e}{U_* y} \frac{\bar{u}^3}{U_*^3} \frac{(1-\alpha_*^2 C)}{Re}$ と変形される。Laufer の実験によれば $10 < Re < 300$ の範囲では $\bar{u} = \text{const}$ であるから $D_T = \frac{U_*^4}{\nu_e} \left(\frac{\nu_e}{U_* y} \right)$ となり、 D_V とは矛盾なく接続すること示される。

管水路の場合について数値計算を行えば、図-2 のようになる。これを Daily の実験 図-1 と比較すれば、式(2)は粒子のおよぼす影響について傾向的には良いが、数値的にはやや小さな値を与える。そこで、粒子の粘性係数におよぼす効果を修正する意味で、式(1)の与える ν_e を λ 倍し $\lambda = 2$ として計算してみると、図-3 のようになる。

これらの図から、 λ としては 1 よりほんの少し大きな値を用いれば、理論と実験との一致がかなり良くなることを期待される。

4]. 粗面水路の場合には Re 相似のかわりに粗度要素の Wake の影響を考えれば良い。²⁴⁾

また、2) と同様にして流速分布の定数 A_r' は、次のようになる。

$$A_r' = A_r - \frac{1}{Re} \left[\frac{L_0}{L} - (1 - \alpha_*^2) \frac{L_0}{L} \right] \frac{\left(\frac{\bar{u}}{U_*} \right)^3 \ln \frac{Re}{Re_*} - \frac{3(\lambda-1) U_* C \lambda}{U_*^3} - \frac{1}{Re} \left(1 - \frac{L_0}{L} \right) \dots \dots (5)$$

(流速分布を対数法則で表わすことは正確ではなく、文献 1) APPENDIX のように取扱う方がよい。式(3)は一つの近似であり、土砂流には良い。)

1) 日野：Proc. ASCE, vol. 84, No. H174, (1958)

2) 日野：Proc. 13th Japan Nat. Congr. Appl. Mech. (1954)

3) Laufer：NACA R 1174, (1954)

