

Ⅱ - 8 非ニュートン流体の乱流特性

京大工業教員養成所 正員 ○ 大同淳之
六甲工業高等専門学校 正員 日下部重幸

はしがき 非ニュートン流体の流動機構は、流れが層流のときにはかなり明らかであるが、乱流のときは、滑面円管の抵抗係数以外については不明の点が少ない。この報告は、ビンガム流体の抵抗係数を、広義の Reynolds 数を用いて表わすとき、ニュートン流体と同型の対数式で表わされ、かつその係数が等しいという実験的事実から、非ニュートン流体においても、乱れによる応力として、混合長理論が成り立つと仮定し、この仮定からみちびかれる抵抗係数の式中の係数が、レオロジー的な性質の如何にかかわらず一定であることを示し、逆に平均流速および流速分布中の係数が、流動物質のせん断降伏値と壁面せん断応力の比、 $\alpha = \tau_0/\tau_w$ の値によって変ると推論したものである。

ビンガム流体の抵抗法則 ビンガム流体の抵抗係数 f_B は、流動によるエネルギー消費はつての部分でのみ生じていると考えると、次式で表わされる。

$$f_B = \frac{h}{l} \frac{D \cdot 2g}{U_m^2 F(a)} \quad F(a) = \frac{9(5+6a-11a^2)}{5(3+2a+a^2)^2} \div 1-a \quad (1)$$

ここに、 h は損失水頭、 l は区間距離、 D は管径、 U_m は平均流速である。この f_B が、 $f_B = 64/Re_B$ の関係にあるよう Reynolds 数をきめると次のようになる。

$$Re_B = \frac{4\alpha D U_m F(a)}{\nu_B}, \quad \alpha = \frac{a^4 - 4a + 3}{12a} \quad (2)$$

直至 4.09 cm および 2.72 cm のビニール管で、泥しようを流して損失水頭を測定し、上記の f_B 、 Re_B を求め、描画したのが図 1 である。この Reynolds 数は層流を対象にしてみちびかれたのであるが、この Reynolds 数を用いて実験値を整理すると、ニュートン流体と同じように、 $Re_B = 2400$ を境として二つの直線状にわかれる。層流、乱流の定義が、抵抗法則の形式を表わすものと考えると $Re_B > 2400$ はみかけの乱流となる。この乱流の抵抗係数は、図 2 に示されるように、次の式で表わされる。

$$1/f_B = A + B \log_{10}(Re_B f_B) \quad (3)$$

この実験結果では、 $A = -0.07$ 、 $B = 2.0$ である。この実験管路の清澄な水のときの抵抗係数は、 $1/f = 2.0 \log_{10}(Re f) - 0.07$ であったので、(1) および (2) 式を用いて抵抗係数を表わすとき、式中の係数は、ニュートン流体のときと同じになる。さらに、管壁に砂とはりつけて粗面にして、損失水頭を測定した結果では、(2) 式の Re_B を用いるとき、すでに Reynolds 数に無関係に、相当粗度の値だけで、抵抗係数が定まることを示している。

(3) 式の形から、非ニュートン流体の乱流の乱れによる応力としては、ニュートン流体と同じように

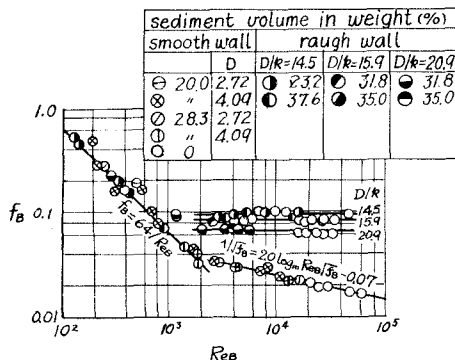


図 1 円管におけるビンガム流体の抵抗係数

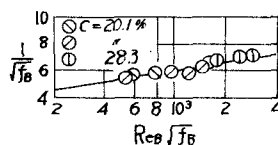


図 2 $1/f_B$ と $Re_B f_B$ の関係

混合長理論がなり立つと考えてよいことを示唆している。そこで、ビンガム流体の流動式を、粘性による応力に乱れによる応力を加えて、次式で表わす。

$$\tau - \tau_y = \mu \frac{du}{dy} + (\rho \bar{u} \bar{u}') \quad (4)$$

$$-\rho \bar{u} \bar{u}' = \rho l^2 (du/dy)^2 \quad (5) \quad l = \kappa(y - d_e) \quad (6)$$

ここに、 u' , $\bar{u}'$ はそれぞれ x , y 方向の変動速度、 κ は universal const., d_e は層流底層の厚さである。 $\tau = \tau_0$ とすると、 $\tau_y/\tau_0 = a$ を用いて、

$$\frac{du}{dy} = \frac{v_B \pm \sqrt{v_B^2 + 4l^2 u_* (1-a)}}{2l^2} \quad (7)$$

$y = d_e$ で、 $u = U_*^2 d_e / v_B$, また $U_* l / v_B$ が大きいところでは $l = \kappa y$ とすると、微小項は省略して、

$$\frac{U}{U_*} = A_1 + \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} \ln \frac{y U_*}{v_B}, \quad A_1 = \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} \left\{ \ln 4\kappa \sqrt{1-a} - 1 \right\} + \frac{U_* d_e}{v_B} \quad (8)$$

となる。乱流のときでも、 τ_y/τ_0 の領域では、速度一様の部分があるとする、 τ_y の生じる y_y では、最大流速 U_{max} となり、

$$\frac{U_{max}}{U_*} = A_1 + \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} \ln \frac{y_y U_*}{v_B}, \quad (9) \quad \frac{U_{max} - U}{U_*} = \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} \ln \frac{y}{y_y} \quad (10)$$

が得られる。(10)式の両辺を円形断面について積分し、(9)式を代入す

ると、 $\frac{U_m}{U_*} = A_2 + \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} \ln \frac{R U_*}{v_B}, \quad A_2 = A_1 + \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} \ln(1-a) - \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} (1-a) \frac{3+a}{2} \quad (11)$

を得る。(11)式を $U_m/U_* = \sqrt{8/f}$ の関係を用いて書直すと、

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{8}\kappa} \ln \frac{2R U_m}{v_B} \frac{U_*}{U_m} \frac{1}{2} + \frac{A_2}{\sqrt{8}} \quad (12)$$

(12)式を、(1)および(2)式の f_0 , Re_B で書きなおすと、

$$\frac{1}{\sqrt{f_0}} = B \log_{10} (Re_B \sqrt{f_0}) + A_3 \quad (13)$$

$$A_3 = \frac{A_2 \sqrt{f_0 a}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{f_0 a}}{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{1-a}}{\kappa} \ln \left\{ 4\sqrt{2} \sqrt{f_0 a} \cdot 4a\alpha \right\} \quad (14) \quad B = 2.303 \frac{\sqrt{f_0 a} \sqrt{1-a}}{\sqrt{8} \kappa} \quad (15)$$

となる。この A_3 , B は、(3)式の A , B と一致するはずで、さきの実験によってこれが一定の値を保つ範囲では、 a の増加に κ がって、 κ が減少することになる。 A の値は、Nikuradse の実験によると -0.8 , $B = 2.03$ 。理論的には $A = -0.91$ である。 $B = 2.03$ として、(15)に a の値と κ の値と、この κ と a を(14)式に代入して A_2 を、さらに順次 A_1 , $U_* d_e / v_B$ の値と求めると図3のようになる。

もちろん $a = 0$ のときは、 $A_1 = 5.5$, $A_2 = 3.75$, $U_* d_e / v_B = 6.83$ である。 $(A = -0.91$ として計算した)、 κ の変化は、もちろん乱れの現象から追求すべきであるが、便宜的に a の値から求まることになる。

以上の結果を検証するために、前記の円管を用いて流速分布と測定した。その結果によると、流速分布は十分対数法則で表わされることは認められたが、装置の規模から、 τ_y が大きくて Re_B の大領域の流れについては、現在まだ測定されていない。京大防災研究所矢野教授の御指導と昭和39年度試験研究の補助を受けたことに厚く感謝します。参考文献

- 1) 富田幸雄：非ニュートン流体の工学的取扱、日本機械学会誌、Vol. 63, pp. 35-42, 1959
- 2) 大岡 正邦：昭和39年土木学会関西支部学術講演会報告、昭39/