

II - 6 南水路流れにおける乱れ計測について（オ4報）

— 管径の大きさの影響に関する一考察 —

京都大学工学部 正員 工博 石原義次郎

京都大学工学部 正員 工修 今本博健

東京都建設局 正員 工修 山本弥四郎

1. 緒言 : 縦圧管式流速計によって乱れを測定する場合、測定される圧力は、先端部の微小部分に働く瞬間的な圧力の面積平均であると考えられるため、縦圧管の口径によって、測定される乱れは異なってくる。Ippen[※]は、縦圧管式流速計においては、縦圧管の口径より小さい渦は平均的にしごとくえられぬため、乱れ計測用の縦圧管は口径の小さいものほどよいとしている。しかしながら、口径がきわめて小さい場合、圧力変動の測定は困難となり、実用上の見地からは口径は大であることが望まれる。本報告は、以上のような、乱れ計測における縦圧管の口径の影響に関して理論的考察をするとともに、実験的に確かめようとするものである。

2. 理論的考察 : 簡単のため、局所的平均流速 $\bar{u}$ および乱れ $\bar{u}'$ は場所に関係せず一定とし、また、縦圧管に働く圧力として、流速のみによるものを取り上げることとする。縦圧管の先端部の1点Pをかこむ微小面積 dA に作用する力 dF は、つぎのように表わすことができる。(図1参照)

$$dF = \frac{\{u(P)\}^2}{2g} dA \text{----- (1)}$$



図1

ここに、 $u(P)$ は、点Pにおける流速であって、点Pをかこむ微小面積 dA 内のすべての点の流速は $u(P)$ に等しいとする。

縦圧管によって測定される圧力 $H_m(t)$ は、先端部の微小部分に働く瞬間的な圧力の全体の面積 A における平均であるから、(1)式より、

$$H_m = \frac{1}{A} \int_A dF = \frac{1}{A} \int_A \frac{1}{2g} \{u(P;t)\}^2 dA = \frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{\bar{u}}{gA} \int_A u'(P;t) dA + \frac{1}{2gA} \int_A u'^2(P;t) dA \text{----- (2)}$$

となる。ここに、 $\bar{u}$ および $u'(P;t)$ は、それぞれ $u(P;t)$ の時間的的平均値および変動分である。(2)式より、 $\bar{H}_m$ および $\bar{H}_m(t)$ はつぎのように表わされる。

$$\bar{H}_m = \frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{\bar{u}^2}{2g} \text{----- (3),}$$

$$\bar{H}_m(t) = \frac{\bar{u}}{gA} \int_A u'(P;t) dA + \frac{1}{2g} \left\{ \frac{1}{A} \int_A u'^2(P;t) dA - \bar{u}^2 \right\} \text{----- (4)}$$

(3)および(4)式は、それぞれ近似的につぎのように書ける

$$\bar{H}_m \approx \frac{\bar{u}^2}{2g} \text{----- (5),}$$

$$\bar{H}_m(t) \approx \frac{\bar{u}}{gA} \int_A u'(P;t) dA \text{----- (6)}$$

(5)式は、一般の平均流速を求めるさいに用いられる式と同じものであって、 $\bar{u}$ が一様の場合、 $\bar{u}$ 測定に口径の大きさは関係しないことがわかる。また、(6)式より、 $\bar{H}_m(t)$ は、

$$\bar{H}_m(t) = \left(\frac{\bar{u}}{gA} \right)^2 \left\{ \int_A u'(P;t) dA \right\}^2 = \left(\frac{\bar{u}}{gA} \right)^2 \int_A dA_1 \int_A \overline{u'(P_1) u'(P_2)} dA_2 \text{----- (7)}$$

なる。ここに P_1 および P_2 は A 内の点である。(n) 式の $\overline{u'(P_1)u'(P_2)}$ に Euler 相関関数を用いると、(n) 式は、

$$\overline{H_{\text{rms}}^2} = \left(\frac{\bar{u}}{gA} \right)^2 \overline{u^2} \iint R_E(\overline{P_1 P_2}) dA_1 dA_2 \dots \dots \dots (9)$$

なる。ここに $R_E(\overline{P_1 P_2})$ は、点 P_1 および P_2 における速度変動間の Euler 相関関数である。

したがって、 $\overline{H_{\text{rms}}^2}$ より、 $\overline{u^2} = \left(\frac{g}{\bar{u}} \right)^2 \overline{H_{\text{rms}}^2}$ によって計算される $\overline{u^2}$ (断面種 A の総圧管によって測定される乱れ) と、 $\overline{u^2}$ との値には、

$$\frac{\overline{u^2}}{\overline{u^2}} = \frac{1}{A^2} \int_A dA_1 \int_A R_E(\overline{P_1 P_2}) dA_2 \dots \dots \dots (10)$$

の値があることがわかる。

(10) 式は、Euler 相関関数 $R_E(r)$ の関数形が与えられると計算できるが、右辺の積分は一般に困難である。特殊の場合を除いて、数値積分によらねばならない。

総圧管の断面が一辺 a の正方形であって、また、Euler 相関関数として、

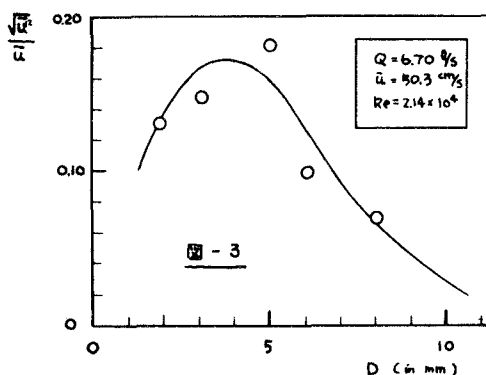
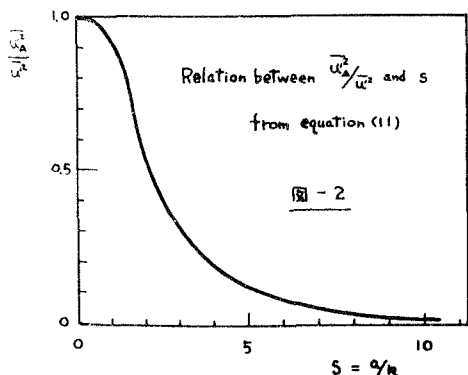
$$R_E(r) = \begin{cases} 1, & (0 \leq r \leq k) \\ 0, & (r > k) \end{cases} \dots \dots \dots (10)$$

を用いた場合、(10) 式の積分は可能であって、その結果を示すとつぎの通りである。

$$\frac{a}{k} = S \text{ とするとき, } 0 < S \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \frac{\overline{u^2}}{\overline{u^2}} = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} \leq S \leq 1, \quad \frac{\overline{u^2}}{\overline{u^2}} &= \frac{1}{3} - \frac{1}{S^2} + \frac{4(2+S^2)(1-S^2)^{\frac{3}{2}}}{3S^3} - \frac{1}{2S^4} \\ &\quad + \frac{1}{S^2} \left\{ 2 \sin^2 s - 2 \sin^4 \sqrt{1-S^2} + \sin(2 \sin^2 s) - \sin(2 \sin^4 s) \right\} \\ S \geq 1, \quad \frac{\overline{u^2}}{\overline{u^2}} &= \frac{\pi}{S^2} - \frac{8}{3S^3} + \frac{1}{2S^4} \end{aligned} \dots \dots \dots (11)$$

図-2 は、(11) 式の結果を図示したものであって、口径が大きくなるにしたがって、測定される乱れと実際の乱れとの比は小さくなっている。図-3 は、各種の口径の総圧管を用いて、同一水力条件のもとにおける乱れ計測結果を示したものであるが、この図によると、口径 5mm の場合にピークが現われてくるが、さらに詳しい実験結果については講演時に報告する予定である。



参考文献: ① Perkins, F.E., and P.S. Eagleson; "The Development of a Total Head Tube for High Frequency Pressure Fluctuations in Water," MIT Hydro. Labo., Technical Note, No.5, 1959