

1-78 タワミの影響を考えたアーチ橋の計算

日本設計測量株式会社 正頁 高尾孝三

アーチ橋では死荷重作用状態で定められた基本系の活荷重による変化が曲げモーメントを増大させるという事実はよく知られているが、従来のアーチ橋の設計にはこの事実はほとんど無視されている。その理由は一部の吊橋を除く大半の橋梁の設計々算が荷重の作用前と作用後で系の変化がないという仮定を無条件で認める習慣によるものか変形を考慮したために起る鋼重の増加をさけうためかよく分らないが、この種の問題は支間の長大化と共に今後どうしても設計々算に取り入れて行かねばならぬ問題の一つである。また吊橋などでは一般に鉛直方向の変位のみを考えているようであるが、比較的ライズ・スパン比の大きいアーチでは水平方向の変位も無視することはできない。従来の研究では水平変位を無視したり、また活荷重を等分布荷重半載に限った例が多く我國の設計習慣上からは直接実用にならない。ここでは水平変位の影響を考えた一つの実用的計算法を示すものである。

アーチが任意の活荷重 P を受けた場合のたわみの基本式は

鉛直変位のみを考えた場合

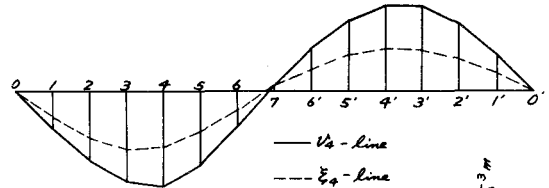
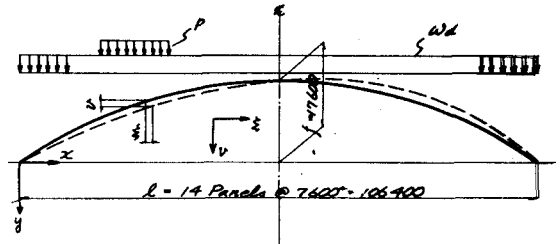
$$\frac{d^2}{dx^2} (EJ \frac{d^2 v}{dx^2}) + (Hd + H) \frac{d^2 v}{dx^2} - P - H \frac{\partial f}{\partial x^2}$$

水平変位を考慮した場合は

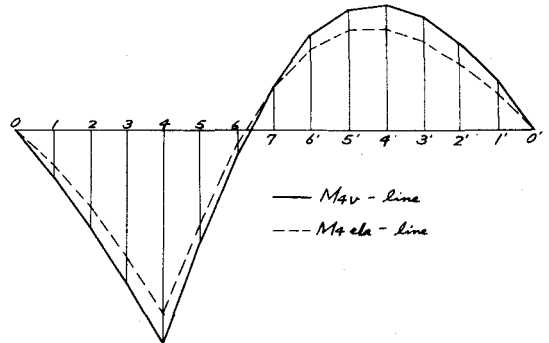
$$\frac{d^2}{dx^2} (EJ \frac{d^2 v}{dx^2}) + (Hd + H) \sec^2 \varphi \frac{d^2 v}{dx^2} - [(Hd + H) \frac{\partial f}{\partial x^2} + Wd + P] \tan \varphi \frac{dv}{dx} = P - H \frac{\partial f}{\partial x^2}$$

またアーチの両支点は変位がないことから変形の適合条件式はアーチ軸力による弾性変形を無視して

$$\int_0^l v dx = 0$$



Σv	1.16	2.07	2.54	2.98	1.82	0.82	-0.27	-1.08	-1.68	-1.92	-1.89	-1.49	-0.83
Σu	1.73	3.16	4.14	4.30	3.31	1.66	-0.24	-2.00	-3.31	-3.92	-3.88	-3.08	-1.68



M_{av}	1.59	3.48	5.72	8.45	4.14	0.57	-2.12	-4.36	-5.51	-5.72	-5.18	-3.94	-2.26
$M_{u, el}$	1.59	3.48	5.72	8.45	4.14	0.57	-2.12	-4.36	-5.51	-5.72	-5.18	-3.94	-2.26

(1),

(2)

アーチの水平変位は

$$\frac{d\delta}{dx} = -\frac{dV}{dx} \frac{d\theta}{dx} \quad \therefore \delta(x) = V \tan \varphi + \frac{8f}{l^2} \int_0^x V dx \quad (3)$$

(1)式の左辺第3項の影響は小さいことが実際に数値計算すれば分る。したがって

$$\frac{d^2}{dx^2} (EJ \frac{d^2 V}{dx^2}) + (Hd + H) \sec^2 \varphi \frac{d^2 V}{dx^2} = P - H \frac{8f}{l^2} \quad (1')$$

ここで $Hd + H = \text{Const.}$ とみなし得れば(1')式は容易に解けて V の影響線が求まる。アーチの場合は変位の影響を考えても水平力 H はほとんど変化がないので実用上 $Hd + H = \text{Const.}$ とみなせるような H を決めることは弾性理論による H -line から容易である。支間の大きい場合には $Hd + H \approx Hd$ としてもよい。いま荷重として集中 P を考えて P および $-H \frac{8f}{l^2}$ による単純桁モーメントを M_0 とすれば(1')式は

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{Hd + H}{EJ} \sec^2 \varphi V + \frac{M_0}{EJ} = 0 \quad (4)$$

x の任意の連続関数 $F(x)$ に対し $K_m(F) = \frac{\Delta x}{12} (F_{m-1} + 10F_m + F_{m+1})$ とすれば(4)式は

$$-(1 + \gamma_{m-1}) V_{m-1} + (2 - 10\gamma_m) V_m - (1 + \gamma_{m+1}) V_{m+1} = \Delta x K_m \left(\frac{M_0}{EJ} \right) \quad (m=1, 2, \dots, n-1)$$

$$\text{但} \quad \gamma_m = \frac{Hd + H}{EJ} \sec^2 \varphi_m \cdot \frac{\Delta x^2}{12} \quad \Delta x = l/n$$

この連立方程式を解けば V は H で表され(2)に代入して H, V の $\ln f$ -line が得られさらに(3)より δ が得られる。実際の計算に当っては V, H が求まった所で曲げモーメントに対する載荷状態を決めてその載荷状態に対し δ を求めるのが便利である。

この方法で一つの注意を要することは(1)式で $V = \infty$ なる解が周期的に表れる。その内2番目に表れるものは水平力が限界水平力に対応するので2番目以降は実用上意味がないが最初に表れるものは形式的に水平力が全支間に対するオイラ一座屋値に対応するのでアーチの場合はこのような座屋は起らないからこの場合には上記の方法は適用出来ない。

例題として $l = 14 @ 7600 = 106.400 \text{ m}$ $f = 17.600 \text{ m}$ $P = 150 \text{ t}$ $P = 10 \text{ t/m}$ $Wd = 2.95 \text{ t/m}$
 $J = 0.0218 \text{ m}^4 = \text{Const.}$ につき点4につき計算してみる。

V および δ の $\ln f$ -line は図のようであり曲げモーメントは

弾性理論により	$\text{pos } M_{e+i} = 348 \text{ t/m}$	$\text{neg } M_{e+i} = -281 \text{ t/m}$
変形を考慮して	$\text{pos } M_{e+i} = 416 \text{ t/m}$	$\text{neg } M_{e+i} = -346 \text{ t/m}$

となり正の曲げモーメントに対し23%負の曲げモーメントに対し27%の増加である。

なお系の変形による応力の変化に関する問題は軸力と曲げを受ける部材に対し常に考えなくてはならないもので構造物の軽量化と長大化の進んだ現在、単に二次応力として無視するような態度は設計者としてつしまねばならない。

参考文献

Fritz Schäfer : Entwurf und Berechnung von Stahlbauten 1958
 K. Köppel, H. Friemann : Übersicht über Berechnungsverfahren für
 Theorie II. Ordnung 1964