

I-72 円弧を荷重曲線とするアーチ軸線

立命館大学理工学部 正員 武田英吉

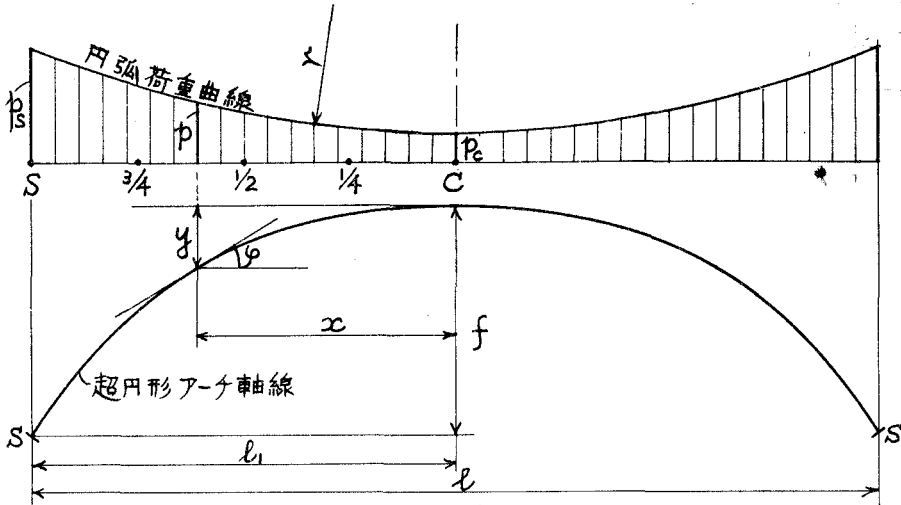


図-1

図-1に示すように荷重曲線を円弧としたときの荷重面に対するつりあい曲線を求めた。この曲線を軸線とするアーチを超円形アーチ (Super Circular Arch) と名付けることにする。SCAアーチの算式を次に示す。

荷重曲線
$$p = p_c + r - \sqrt{r^2 - x^2} \dots \dots \dots (1)$$

軸線
$$y = \frac{(3p_c + 3r - \sqrt{r^2 - x^2})x^2 - 3r^2x \sin^{-1}(x/r) + 2r^2(r - \sqrt{r^2 - x^2})}{(3p_c + 3r - \sqrt{r^2 - l_1^2})l_1^2 - 3r^2l_1 \sin^{-1}(l_1/r) + 2r^2(r - \sqrt{r^2 - l_1^2})} f \dots \dots \dots (2)$$

ここで
$$r = \frac{(p_s - p_c)^2 + l_1^2}{2(p_s - p_c)} \quad p_s, p_c \text{ は m 単位}$$

接線の傾斜
$$\tan \phi = \frac{3\{(2p_c + 2r - \sqrt{r^2 - x^2})x - r^2 \sin^{-1}(x/r)\} f}{(3p_c + 3r - \sqrt{r^2 - l_1^2})l_1^2 - 3r^2l_1 \sin^{-1}(l_1/r) + 2r^2(r - \sqrt{r^2 - l_1^2})} \dots \dots \dots (3)$$

特別の場合として $r \rightarrow \infty$ の極限で (1), (2) 式から次式を得る。これは放物線アーチの算式である。

$$\left. \begin{aligned} p &= p_c \\ y &= \frac{x^2}{l_1^2} f = p_c^2 f \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

いま $p_c = 1 \text{ m}$, $p_s = 3 \text{ m}$, $l = 50 \text{ m}$, $l_1 = 25 \text{ m}$, $f = 10 \text{ m}$ としスパン 1/8 点の y, p を求め他のアーチと比較すれば表-1, 表-2 および図-2 のようになる。超円形アーチ SCA と超放物線アーチ SPA ($n=2$) の荷重曲線は殆んど一致しているので軸線も大体似たものとなる。

各種アーチを比較すると軸線では SCA が最も高く、放物線アーチ (PARA) が最低であり、また荷重曲線では SPA が最も高く、修正変曲線アーチ (MTCA) が最も低い。SCA は n を適当に選んだ SPA と大差がないように思われる。

表-1 軸線 y/f

ア - 4		S^*	$3/4$	$1/2$	$1/4$	C
超円形ア-4 SCA	$r=157.25\text{m}$	1.0000	0.5004	0.2017	0.0171	0
超放物線ア-4 SPA	$(n=2)$	1.0000	0.5010	0.2031	0.0479	0
変曲線ア-4 TCA	$k=1.763$	1.0000	0.5046	0.2072	0.0494	0
超放物線ア-4 SPA	$(n=3)$	1.0000	0.5083	0.2135	0.0522	0
修正変曲線ア-4 MTCA	$k=4.139$	1.0000	0.5170	0.2199	0.0539	0
円形ア-4 CIRA	$R=36.25\text{m}$	1.0000	0.5226	0.2223	0.0543	0
放物線ア-4 PARA		1.0000	0.5625	0.2500	0.0625	0

表-2 荷重曲線 p/p_c

ア - 4		S	$3/4$	$1/2$	$1/4$	C
超円形ア-4 SCA	$r=157.25\text{m}$	3.000	2.122	1.498	1.123	1.000
超放物線ア-4 SPA	$(n=2)$	3.000	2.125	1.500	1.125	1.000
変曲線ア-4 TCA	$k=1.763$	3.000	2.009	1.414	1.099	1.000
超放物線ア-4 SPA	$(n=3)$	3.000	1.844	1.250	1.031	1.000
修正変曲線ア-4 MTCA	$k=4.139$	3.000	1.670	1.199	1.039	1.000

