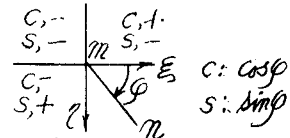
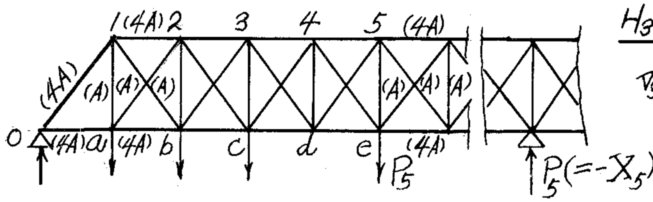
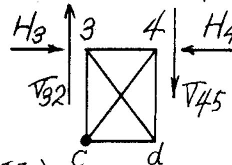
I-61　不静定 Truss の解法に対する Deflection formula の適用について

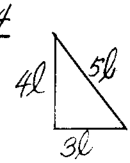
大阪工業大学　正員　重松　恩

本文は多次不静定の truss の解法に deflection formula の適用を試みたものであつて、云うまでもなく、1) 内的不静定のものに対しては慣用せる仮想働法を適用して計算が簡単にすむ。2) deflection 公式を適用すれば格点変位に関する連立条件式を解くことにおいて最初から可なり手数がかゝる。しかしこの計算の内容から不静定の部材応力が連接 panel の不静定部材へ伝達される値即ち弾性力の伝達減衰率の値が知られうるのである。このことはラーメン橋におけると同じく、truss においても数連 panel に関する不静定力の連立条件式に分割計算が許されることになる。
3) 外的不静定の truss に対しては、その不静定数の多いほど、仮想働法よりも deflection 公式の適用の方が便利であると思われる。









図はこの解法例にとった truss の骨線形であつて、任意部材 mn に対する deflection 公式は、

$$N_{mn}=\frac{EA_{mn}}{l_{mn}}\{(\xi_m-\xi_n)\cos\varphi_{mn}+(\eta_m-\eta_n)\sin\varphi_{mn}\}$$

但 N: 正値は compression

これを panel 34cd に適用する。この場合水平力 H_3, H_4 は既知力であるが剪断力 V_{32}, V_{45} は未知量である。c を原点 cd を基本軸にとることにより、次の連立条件式が成立される。

ξ_3	η_3	ξ_4	η_4	ξ_d	
$1.405\dot{3}$	.096	$-1.33\dot{3}$	0	−.072	$=H_3$
.096	.378	0	0	−.096	$=-V_{32}$
$-1.33\dot{3}$	0	$1.405\dot{3}$	−.096	0	$=-H_4$
0	0	.096	.378	0	$=V_{45}$
−.072	−.096	0	0	$1.405\dot{3}$	$=H_4$

但 $V_{45}=\sin\varphi_{4e}N_{4e}=\frac{4}{5}N_{4e}$

$-V_{32}=\sin_{3b}N_{3b}=\frac{4}{5}N_{3b}$

単位率 $\frac{l}{EA}$ を省略して表わす

これを解いて、

$\xi_3=10.875H_2-10.125H_3+2.666V_{32}+2.666V_{45}$　　$\eta_3=-2.666H_2+2.666H_3-3.346V_{32}-.6539V_{45}$

$\xi_4=1.05$ 〃 -1.05 〃 $+2.573$ 〃 $+2.758$ 〃　　$\eta_4=2.666$ 〃 -2.666 〃 $+.653$ 〃 $+3.346$ 〃

$\xi_d=.375$ 〃 $-.375$ 〃 $+.092$ 〃 $+.092$ 〃

これより、

$$\left.\begin{aligned}N_{4c}&=-.8333H_3+.8333H_4-.1633N_{3b}+.1633N_{4e}\\ N_{3d}&=+.8333\text{〃}\;-.8333\text{〃}\;-.1633\text{〃}\;+.1633\text{〃}\end{aligned}\right\}\ (1)\quad \text{34 panel}$$

左方各panelについても同様にして，

$$\left.\begin{aligned} N_{3b} &= -.8333H_2 + .8333H_3 - .1633N_{2a} + .1633N_{3d} \\ N_{2c} &= +.8333\ " \ -.8333\ " \ -.1633\ " \ +.1633\ " \end{aligned}\right\}(2) \quad 23\ \text{panel}$$

$$\left.\begin{aligned} N_{2a} &= -.8333H_1 + .8333H_2 - .1633N_{10} + .1633N_{2c} \\ N_{1b} &= +.8333\ " \ -.8333\ " \ -.1633\ " \ +.1633\ " \end{aligned}\right\}(3) \quad 12\ \text{panel}$$

但 N_{10}：既知力

上の各式について式(1)のN_{4e}を除く他の未知力N_{3d}, N_{3b}, N_{2c}を逐次消去して式(3)即ちpanel 12におけるN_{2a}, N_{1b}が既知力N_{10}と$(.1633)^3N_{4e}=.0044N_{4e}$を以て表わされることになる。式(1)で視るように45panelの未知力N_{4e}は34panelの部材に.1633N_{4e}として伝達され，12panelへは$(.1633)^2N_{4e}$として伝達されるので，この値は無視されてよいであろう。斯くtrussにおけるstrain energyの伝達は，Rahmenの場合と同様，可なり急に減衰して2,3panelをへだてたpanelへは殆んど影響を及ぼさないことになる。故に任意panelに関する弾性計算では，その成立される数元の連立条件式に対して，自らの左，右各2panelとの関係だけを分割して考えて充分であろう。実用する解法としては仮想働法を適用するので図のtrussの静定基本形をpruttt形とすれば，次の形式の連立条件式が成立するから

N_{1b}	N_{2c}	N_{3d}	N_{4e}		
A_1	a_{12}			$=f_1(P\cdots)$	但 A, a：数係数
a_{12}	A_2	a_{23}		$=f_2(P\cdots)$	
	a_{23}	A_3	a_{34}	$=f_3(P\cdots)$	
		a_{34}	A_4	$=f_4(P\cdots)$	

N_{1b}を求むるためには点線で区分された部分だけを分割計算してよいことは推理的に許されて居るわけである。

次に外的不静定のものに対する解法では，既に各部材力Nの形式が解かれてある上からはdeflection formulaを適用すれば便利であろう。特に外的不静定数の多い場合はそうである。図のtrussについては，

上弦材：　$\frac{3}{4}N_{12}=(\xi_1-\xi_2)$，　$\frac{3}{4}N_{23}=(\xi_2-\xi_3)$　(1)

下弦材：　$\frac{3}{4}N_{0a}=(0-\xi_a)$，　$\frac{3}{4}N_{ab}=(\xi_a-\xi_b)$，　$\frac{3}{4}N_{bc}=(\xi_b-\xi_c)$　(2)

右上向斜材：$\frac{5}{4}N_{01}\frac{5}{3}-(0-\xi_1)\frac{3}{5}=-\frac{5^2}{4^2}N_{01}+\frac{3}{4}(0-\xi_1)=(0-\eta_1)$　これを次のように記す

$D_{01}=(0-\eta_1)$，　$D_{a2}=(\eta_a-\eta_2)$，　$D_{b3}=(\eta_b-\eta_3)$　(3)

垂直材：　$4N_{1a}=(\eta_1-\eta_a)$，　$4N_{2b}=(\eta_2-\eta_b)$，　$4N_{3c}=(\eta_3-\eta_c)$　(4)

計算の一例として，式(2)の各項を順次加合せて任意のξが求まり，また左2つのpanelに上の各式を適切に組せてξ_1, ξ_2, η_1などが単独に求まる。すべてのξが既知となれば式(3)と(4)の各形式を逐次加合せて任意格点のηの値が求まるから不静定支点のηを零とする条件が充たされる。