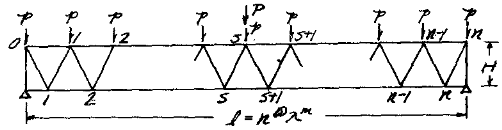
I－59　単純トラスの鋼重推定について

大阪市大　正員　倉田宗章
近畿復建　正員　上原基也
大阪市大　正員○辻　康男

序；橋梁の設計に際しては最初の鋼材死荷重仮定が問題となる．本題においては，単純ワーレントラスの鋼橋について，特に自重の影響を考慮した鋼重比較を行ったものであり，本回は既発表*（主として トラス床組）に引き続いて，主構について報告する．

図-1



部材断面仮定式；自重分布を予知するため，また計算の便宜上，各格間において部材は一定断面をもつものとし，格間毎に変化する Step Function で下記の如く表わす．

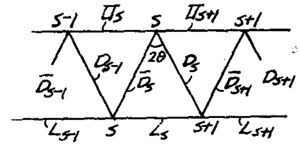
上弦材断面分布関数；$A_{U(s)}=\alpha\frac{s-0.5}{n}\left(1-\frac{s-0.5}{n}\right)$ ‥‥(1)

下弦材　〃　；$A_{L(s)}=\beta\frac{s}{n}\left(1-\frac{s}{n}\right)$ ‥‥(2)

斜　材　〃　；$A_{D(s-1)}=\mu A_{\bar{D}(s)}=\gamma\left(\frac{s-0.5}{n}\right)+\delta$ ‥‥(3)

茲に $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ は未知定数．$\mu=\frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ta}}$

図-2



記号；
- $f=\sec\theta=\sqrt{1+\left(\frac{\lambda}{2H}\right)^2}$
- fH；斜材長
- s；部材番号または格間番号
- U_s；上弦材応力
- L_s；下弦材　〃
- D_s；斜　材　〃　（$s<\frac{n}{2}$ 引張）
- $\bar{D}_s$；　〃　（$s<\frac{n}{2}$ 圧縮）

上記の仮定断面による死荷重並びに通常の活荷重仮定により部材応力の計算式を導く．途中の計算式を省略して結果のみを記す．

上弦載荷

$$U_s=-\frac{\lambda}{H}\left[\frac{\{n-(s-0.5)\}}{n}\sum_{r=1}^{s-1}r p_r+\frac{s-0.5}{n}\sum_{r=s}^{n-1}(n-r)p_r\right]\quad\cdots(4)$$

$$L_s=\frac{\lambda}{H}\left[\frac{n-s}{n}\sum_{r=1}^{s}r p_r+\frac{s}{n}\sum_{r=s+1}^{n-1}(n-r)p_r\right]\quad\cdots(5)$$

$$D_{s-1}=f\left[-\frac{1}{n}\sum_{r=1}^{s-1}r p_r+\frac{1}{n}\sum_{r=s}^{n-1}(n-r)p_r\right]=-\bar{D}_s\quad\cdots(6)$$

下弦載荷

$$U_s=-\frac{\lambda}{H}\left[\frac{\{n-(s-0.5)\}}{n}\sum_{r=1}^{s}(r-0.5)q_r+\frac{s-0.5}{n}\sum_{r=s+1}^{n}\{n-(r-0.5)\}q_r\right]\quad\cdots(4)'$$

$$L_s=\frac{\lambda}{H}\left[\frac{n-s}{n}\sum_{r=1}^{s}(r-0.5)q_r+\frac{s}{n}\sum_{r=s+1}^{n}\{n-(r-0.5)\}q_r\right]\quad\cdots(5)'$$

$$D_s=f\left[-\frac{1}{n}\sum_{r=1}^{s}(r-0.5)q_r+\frac{1}{n}\sum_{r=s+1}^{n}\{n-(r-0.5)\}q_r\right]=-\bar{D}_s\quad\cdots(6)'$$

許容最大部材力；弦材は中央格間において最大値，腹材は支点附近および中央格間附近において，それぞれ最大値，最小値をとるから，これ等の位置における部材断面に許容応力を乗ずれば許容最大部材力を得る．

部材断面決定条件式；(4)～(6)，(4)'～(6)' の各部材力と許容最大部材力とは等しくなければならないから．

支間中央附近上弦材応力のつり合い；$U'_{\frac{n}{2}}+U''_{\frac{n}{2}}+U'''_{\frac{n}{2}}+U_{\frac{n}{2}p}+U_{\frac{n}{2}q}=A_{U(\frac{n}{2})}\sigma_{ca}$ ‥‥(7)

〃　下弦材応力　〃　；$L'_{\frac{n}{2}}+L''_{\frac{n}{2}}+L'''_{\frac{n}{2}}+L_{\frac{n}{2}p}+L_{\frac{n}{2}q}=A_{L(\frac{n}{2})}\sigma_{ta}$ ‥‥(8)

〃　斜材応力　〃　；$\bar{D}'_{\frac{n}{2}}+\bar{D}''_{\frac{n}{2}}+\bar{D}'''_{\frac{n}{2}}+\bar{D}_{\frac{n}{2}p}+\bar{D}_{\frac{n}{2}q}=A_{\bar{D}(\frac{n}{2})}\sigma_{ca}$ ‥‥(9)

支点附近　斜材応力　〃　；$D'_0+D''_0+D'''_0+D_{0p}+D_{0q}=A_{D(0)}\sigma_{ta}$ ‥‥(10)

(7)～(10) の各式の左辺において，第1項～第3項は自重，第4項は上載荷重，第5項は下載荷重による各応力を示す．(7)～(10) の各項を (1)～(3)，(4)～(6)，(4)'～(6)' 各式を用いて簡単に整理すれば，部材断面の大きさを定める未定係数 $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ に関する次の連立方程式 (11) を得る．(11) において，$\alpha,\beta,\gamma,\delta$ 以外はすべて，支間，格間数，格間長，構高，荷重等によって決まる定数である．

$$
\left.
\begin{aligned}
&\alpha\left(a-\frac{Hg}{\lambda^2\rho}\right)+\beta b+\gamma\left(\frac{fH}{\lambda}c\right)+\delta\left(\frac{fH}{\lambda}d\right)+p\left(\frac{e}{\lambda\rho}\right)=0\\
&\alpha a'+\beta\left(b'-\frac{Hg'}{\lambda^2\rho}\right)+\gamma\left(\frac{fH}{\lambda}c'\right)+\delta\left(\frac{fH}{\lambda}d'\right)+p\left(\frac{e'}{\lambda\rho}\right)=0\\
&\alpha a''+\beta b''+\gamma\left(\frac{fH}{\lambda}c''-\frac{g''}{f\lambda\rho}\right)+\delta\left(\frac{fH}{\lambda}d''-\frac{k''}{f\lambda\rho}\right)+p\left(\frac{e''}{\lambda\rho}\right)=0\\
&\alpha a'''+\beta b'''+\gamma\left(\frac{fH}{\lambda}c'''-\frac{g'''}{f\lambda\rho}\right)+\delta\left(\frac{fH}{\lambda}d'''-\frac{k'''}{f\lambda\rho}\right)+p\left(\frac{e'''}{\lambda\rho}\right)=0
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots(11)_1\sim(11)_4
$$

(11)を解いて, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ を決定すれば, トラス各部材の断面は(1)～(3)の各式で計算出来る。

主構体積計算式；

$$
W = W_U(\text{上弦材体積})+W_L(\text{下弦材体積})+W_D(\text{斜材体積})+2HA_E(\text{End Post 体積})=\sum_s A_{U(s)}\lambda+\sum_s A_{L(s)}\lambda+2fH\sum_{s=1}^{\frac{n}{2}}(A_{D(s-1)}+A_{D(s)})
$$

$$
=\frac{1}{1-\frac{H\rho}{\sigma_{ca}}}\left\{\alpha\lambda\left(\frac{2n^2+1}{12n}\right)+\beta\lambda\left(\frac{n^3+5n^2-6}{6n^2}\right)+\left(\frac{\gamma}{4}+\delta\right)fH\left(1+\frac{1}{\nu}\right)n+H\frac{p}{\sigma_{ca}}(2k+n+n\eta)\right\}=\bar{F}\left\{\bar{W}+H\frac{p}{\sigma_{ca}}(2k+n+n\eta)\right\}\cdots\cdots(12)
$$

から, 上載荷重P, p, 下載荷重gが与えられれば k, η が定まるから（但し $k=P/p$, $\eta=g/p$） $\nu\left(=\frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ta}}\right)$, ρ(鋼材密度)に適当な値を与えると, 任意のトラス寸法；格間数n, 格間長λ, 構高H を選定すれば(11)の係数がすべて計算出来 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ が求められ, この時の主構全体積は(12)より求められる。このようにして計算した数値例を図-3に示す. この例は, 橋梁巾員30m, 主構間隔3m, 支間75～200mを適宜選択し, 構高Hに対する鋼重を約70ケース計算した. 荷重その他は本州四国連絡鋼道路橋計算設計示方書によった.

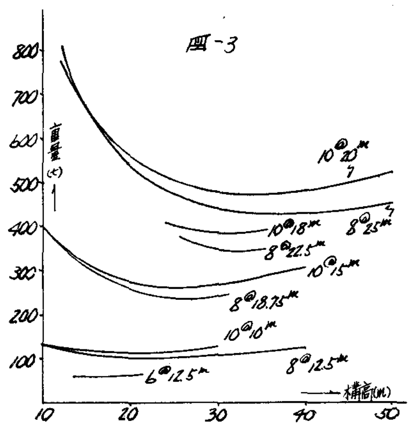


図-3

経済構高および鋼重； 図-3から明らかなように同一支間でも構高によって鋼重の極小値が存在することがわかる。そこでこの経済構高を確定するために, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, H$ を独立変数とみなし$(11)_1\sim(11)_4$を附帯条件としてWの極小値を要求する条件付変分問題と考える。次にこの問題を解くために lagrange の乗数法を適用する。

即ち, 4つの新しい媒介変数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ によって関数

$$
F = W+\lambda_1\times(11)_1+\lambda_2\times(11)_2+\lambda_3\times(11)_3+\lambda_4\times(11)_4 \quad\cdots\cdots(13)
$$

を作る. F を $\alpha, \beta, \gamma, \delta, H$ および $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ の関数と考え, Fの極小値を要求する. 従って $\frac{\partial F}{\partial\lambda_i}=0\ (i=1\sim4)$, $\frac{\partial F}{\partial\alpha}=0$, $\frac{\partial F}{\partial\beta}=0$, $\frac{\partial F}{\partial\gamma}=0$, $\frac{\partial F}{\partial\delta}=0$ および $\frac{\partial F}{\partial H}=0$ から $(11)_1\sim(11)_4$ および

$$
\left.
\begin{aligned}
&\lambda_1\left(a-\frac{Hg}{\lambda^2\rho}\right)+\lambda_2a'+\lambda_3a''+\lambda_4a'''+\lambda\left(\frac{2n^2+1}{12n}\right)=0\\
&\lambda_1b+\lambda_2\left(b'-\frac{Hg'}{\lambda^2\rho}\right)+\lambda_3b''+\lambda_4b'''+\lambda\left(\frac{n^3+5n^2-6}{6n^2}\right)=0\\
&\lambda_1\left(\frac{fH}{\lambda}c\right)+\lambda_2\left(\frac{fH}{\lambda}c'\right)+\lambda_3\left(\frac{fH}{\lambda}c''-\frac{g''}{f\lambda\rho}\right)+\lambda_4\left(\frac{fH}{\lambda}c'''-\frac{g'''}{f\lambda\rho}\right)+\frac{fH}{4}\left(1+\frac{1}{\nu}\right)n=0\\
&\lambda_1\left(\frac{fH}{\lambda}d\right)+\lambda_2\left(\frac{fH}{\lambda}d'\right)+\lambda_3\left(\frac{fH}{\lambda}d''-\frac{k''}{f\lambda\rho}\right)+\lambda_4\left(\frac{fH}{\lambda}d'''-\frac{k'''}{f\lambda\rho}\right)+fH\left(1+\frac{1}{\nu}\right)n=0
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots(14)_1\sim(14)_4
$$

$$
\Delta\equiv F_1(H)+F_2(H)=0 \quad\cdots\cdots(15)
$$

但し,

$$
\begin{aligned}
F_1(H)=&-\left(\lambda_1\alpha\frac{g}{\lambda^2\rho}+\lambda_2\beta\frac{g'}{\lambda^2\rho}\right)+\frac{1}{\lambda f}\left[\gamma(\lambda_1c+\lambda_2c'+\lambda_3c''+\lambda_4c''')\right.\\
&\left.+\delta(\lambda_1d+\lambda_2d'+\lambda_3d''+\lambda_4d''')\right]-\frac{\lambda}{4\rho(fH)^3}\left[\gamma(\lambda_3g''+\right.\\
&\left.\lambda_4g''')+\delta(\lambda_3k''+\lambda_4k''')\right]
\end{aligned}
$$

$$
F_2(H)=\frac{\partial\bar{F}}{\partial H}\left[\bar{W}+H\frac{p}{\sigma_{ca}}(2k+n+n\eta)\right]+\bar{F}\left[\frac{\partial\bar{W}}{\partial H}+\frac{p}{\sigma_{ca}}(2k+n+n\eta)\right]
$$

$(11)_1\sim(11)_4$ より $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, $(14)_1\sim(14)_4$ より $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ を求め, これ等の値を用い(15)を満足するHを定めればよい。これによって求めた支間別経済構高およびその時の鋼材重量を図-4,5に示す。

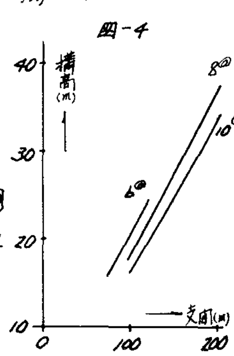


図-4

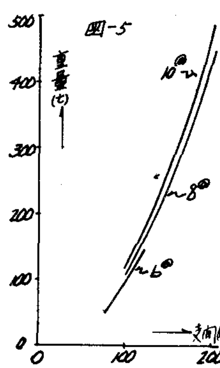


図-5

※ 昭和39年度関西支部年次学術講演会