

京都大学工学部 正員 丹羽 義次
 京都大学工学部 正員 佐藤 誠

1. まえがき

筆者らは最近5回の本学術講演会において、おもに動光弾性実験法を用いて高分子材料であるエポキシ樹脂(アラルダイトB)の衝撃応力下の諸現象について発表してきた。今回は同じ模型材料を用いて軸方向に比較的低速度の衝撃を受ける棒構造を対象にし、主として縦波による応力伝播に関する実験的研究を行なった。以下では、まず弾性理論によるSt Venantの棒の縦衝撃による解と実験結果を比較し、つぎに光弾性写真記録より高次数とその伝播速度について考察し、最後に棒の一端を分岐させた場合の動光弾性写真の一例を示した。

2. 一端固定棒における衝撃応力の伝播

棒の波動方程式は衝撃端を原点とし軸方向にx軸をとれば変位を $u(x,t)$ ($\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$) であり、その解は $u = f(ct-x) + g(ct+x)$ ② で与えられる。

棒の長さを l とすれば $x=l$ で $u=0$ なる境界条件より、 $u = f(ct-l) + g(ct+l) = 0$ であり、したがって $u = f(ct-x) - f(ct+x-2l)$ ③ である。

衝撃の瞬間は衝撃端の棒の変位速度は衝撃速度に等しいと考える。

$$f'(\xi) + \frac{M}{l} f(\xi) = \frac{U_0}{c} + f'(\xi-2l) - \frac{M}{l} f(\xi-2l) \quad \text{④}$$

である。ここに、 $\xi = ct$, $M = \rho A l / m_2 = m_1 / m_2$, ρ, A はそれぞれ棒の密度、断面積であり U_0 は衝撃体の速度である。④式の解は

$$f(\xi) = \frac{l U_0}{M c} (1 - e^{-\frac{M}{l} \xi}) + e^{-\frac{M}{l} \xi} \int_0^{\xi} e^{\frac{M}{l} \xi} [f'(\xi-2l) - \frac{M}{l} f(\xi-2l)] d\xi \quad \text{⑤}$$

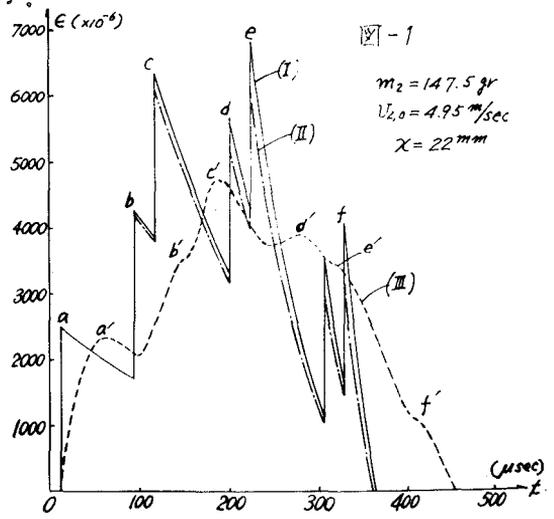
となる。⑤式より一端固定棒としての初期条件を考えると、 $l \leq \xi < 2(i+1)l$ $i=0,1,2,\dots$ の区間について順次変位と歪を計算することができる。

⑤式は棒の固定端が剛体であるとして解いてある、すなわち反射によってエネルギーが失われなるとしている。そこで固定端での反射係数を考える。

反射係数を α とすると、

$$\alpha = \frac{\rho_a C_a - \rho_b C_b}{\rho_a C_a + \rho_b C_b} \quad \text{である。ここに } \rho_a, \rho_b \text{ は棒と固定台の密度であり、} C_a, C_b \text{ は棒と固定台の縦波の伝播速度である。}$$

上記の α を⑤式の右辺第2項の f', f に代入すると反射係数を考えた場合の変位、歪が得られる。 $10 \times 25 \times 100 \text{ mm}$ のアラルダイトB棒に質量147.5grの錫落錘により衝撃



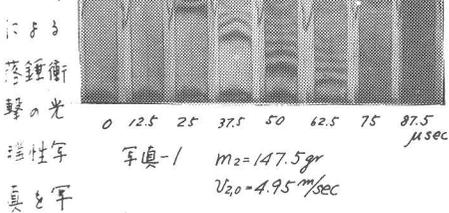
速度 4.95 m/sec の衝撃を与えた場合の衝撃端から 22 mm の各の理論値と抵抗線歪計による測定値を図-1に示す。曲線(I)は固定台を剛体としての解を、曲線(II)は反射係数を考えた場合の値を、曲線(III)は実験値を示したものである。

理論値と実験値とを比較すると、①実験曲線は理論値よりはるかになめらかである。②最大歪は約2%で実験結果の方が小さい。③理論値と実験値とではピークの位置は全く違うが、実験値の歪が約60 μsec 遅れて a と a' 、 b と b' 、 c と c' 、 d と d' 、 e と e' 、 f と f' が対応する関係にあると思われる。

これらの理由として、①実験に用いた抵抗線歪計の長さは 4 mm ありその間の平均の歪しか測定できない。この影響は不連続点で著しく現われる。②理論解は衝撃体の変形がないものとし、衝撃時点を衝撃体と棒との間が完全に平面で接触しているとしている。筆者の実験においては後者の仮定に近況がある。衝撃体との摩擦が働いていると思われる。③実験に用いたアラルダイトBは高分子材料であり、当然粘性の影響が現われる。よってこの粘弾性性質を考慮するために Voigt 模型を取り上げる。粘性係数 γ のためにある応力に対する歪は遅れて現われる。現われるべき歪の70%が現われるまでの時間を考えると $\epsilon = \frac{\sigma}{E}(1 - e^{-\frac{\sigma}{\gamma}t})$ であるから $a_3 = e^{-\frac{E}{\gamma}t}$ 。振子による衝撃実験で求めたアラルダイトBの粘弾係数は $\gamma = 2 \text{ kg/cm}^2/\text{sec}$ であるから $E = 31,000 \text{ kg/cm}^2$ として t を求めるに $t = 77 \times 10^{-6} \text{ sec}$ とする。したがってアラルダイトBについては Voigt 模型に近い粘弾性性質を考慮することによりある程度説明できる見通しがつく。

3. 動光弾性実験による応力波の伝播

2. と同じく $10 \times 25 \times 100 \text{ mm}$ のアラルダイトB棒



による落錘衝撃の光弾性写真と写真-1に示す。この写真から中心線上について衝撃点からの距離と時間に関して高次数を求め、直線部分より各高次数の伝播速度を求めたものが図-2である。粘性の影響により次数の多いもの程速度が減少している。

写真-2は固定端に向って分岐のある棒の衝撃結果である。この他分岐の角度を変えたり、固定の条件を変えて実験を行ない衝撃応力波の挙動について考察する。

写真-2 $m_2 = 75 \text{ g}$ $v_{20} = 3.08 \text{ m/sec}$

