I－44 不整形格子桁の一解法

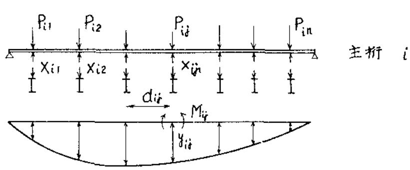
宮地鉄工 正員 後藤茂夫
〃 ○宮本哲也

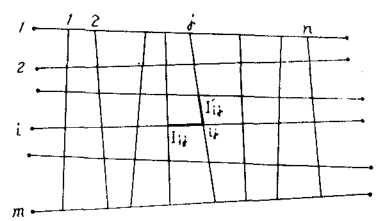
本理論は、曲げ剛さのみを有する主桁と横桁よりなる一般不整形格子桁の一解法を示すものである。本解法の特徴は、主および横桁の荷重とたわみの関係より、格子桁の格点荷重と格点のたわみとの一次関係を表わす連立方程式を導くことにある。

すなわち 未知量は、格点のたわみであり、右辺の既知項は格点荷重そのものである。筆者らは、すでに曲げ、捩り剛さを有する主桁、横桁よりなる任意形格子桁のプログラムを完成したが（格点数 2 までＩＢＭ 7090：磁気コアのみ、格点数約 100 までＣＤＣ Ｇ－20：磁気テープ操作）本解法は、構造を単純化して、更に演算の高速化をはかるためのものである。

なおこの方法によれば、単純、連続、ゲルバーを問わず 一般不整形格子桁をすべて同一プログラムで解くことができる。

図のように、主桁数 m、横桁数 n、主桁の両端は単純支持されているものとする。





まず、主桁に関して、荷重を P_{ij} 横桁反力を X_{ij}、曲げモーメントを M_{ij}、たわみを y_{ij} とすれば

$$-\gamma_{ij} M_{ij-1} + (\gamma_{ij} + \gamma_{ij+1}) M_{ij} - \gamma_{ij+1} M_{ij+1} = P_{ij} - X_{ij} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$-\gamma_{ij} y_{ij-1} + (d_{ij} + \gamma_{ij+1}) y_{ij} - \gamma_{ij+1} y_{ij+1} = t_{ij} M_{ij-1} + 2(t_{ij} + t_{ij+1}) M_{ij} + t_{ij} M_{ij+1} \quad \cdots\cdots (2)$$

の2式が成立する。たゞし $\gamma_{ij} = 1/d_{ij}$ $t_{ij} = d_{ij}/6EI_{ij}$ とする。

こゝで

$$\gamma_i = \begin{bmatrix} \gamma_{i1}+\gamma_{i2}, & -\gamma_{i2} & & \\ -\gamma_{i2}, & \gamma_{i2}+\gamma_{i3}, & -\gamma_{i3} & \\ & \cdots & \cdots & \\ & & -\gamma_{in}, & \gamma_{in}+\gamma_{in+1} \end{bmatrix} \qquad t_i = \begin{bmatrix} 2(t_{i1}+t_{i2}), & t_{i2} & & \\ t_{i2}, & 2(t_{i2}+t_{i3}), & t_{i3} & \\ & \cdots & \cdots & \\ & & t_{in}, & 2(t_{i2}+t_{in+1}) \end{bmatrix}$$

として行列で表わせば、

$$\gamma_i M_i = P_i - X_i \qquad \gamma_i y_i = t_i M_i$$

したがって $X_i = P_i - k_i y_i$ ……(3) たゞし $k_i = \gamma_i t_i^{-1} \gamma_i$

こゝに P_i, X_i, M_i, y_i 荷重，横桁反力，曲げモーメント，たわみを表わす n 次の列ベクトルである。

これを全主桁について、

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 & & & \\ & k_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & k_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

すなわち $X = P - ky$ ……(4)

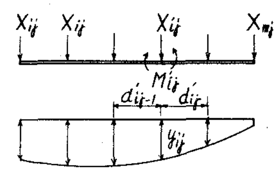
と表わす。 つぎに、横桁 j については、曲げモーメントを M'_{ij}，B間長を d'_{ij} として、

$$\gamma'_{ij} = \frac{1}{d'_{ij}}$$

$$t'_{ij} = \frac{d'_{ij}}{6EI'_{ij}}$$

$$\gamma_j' = \begin{bmatrix} -\gamma_{1j}', & \gamma_{1j}'+\gamma_{2j}', & -\gamma_{2j}' & & & \\ & -\gamma_{2j}', & \gamma_{2j}'+\gamma_{3j}', & -\gamma_{3j}' & & \\ & & & \cdots & & \\ & & & -\gamma_{m-2}', & \gamma_{m-2}'+\gamma_{m-1}', & -\gamma_{m-1}' \end{bmatrix}$$ ：m-2行 m列

$$t_j' = \begin{bmatrix} 2(t_{1j}'+t_{2j}'), & t_{2j}' & & \\ t_{2j}', & 2(t_{2j}'+t_{3j}') \times t_{3j}' & & \\ & & \cdots & \\ & & t_{m-2j}', & 2(t_{m-2}'+t_{m-1j}') \end{bmatrix}$$ ：m-2行 m-2列



横桁 j

とおけば、主桁の場合に準じて、次の２式が成立する。

$$\gamma_j'^{*} M_j = X_j'$$ ※：転置記号

$$\gamma_j' \, y_j' = t_j' \, M_j$$

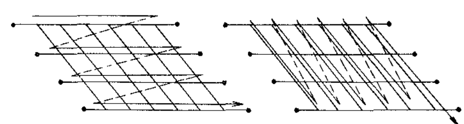
ここに $M_j' = [M_{2j}', M_{3j}', \cdots M_{m-1j}']^*$ 　$X_j' = [X_{1j}, X_{2j} \cdots X_{mj}]^*$ 　$y_j' = [y_{1j}, y_{2j}, \cdots y_{mj}]^*$

したがって、$h_j' = \gamma'^{*} t'^{-1} \gamma'$ とおけば $X_j' = h_j' y_j'$ -------- (5) となる。

全横桁について、主桁と同様に

$$X' = h' y' \quad \text{------}(6)$$

ここで X', y' という列ベクトルは、前の主桁に関する列ベクトルすなわち(4)のX, yの要素の順序を替えたものである。したがって(5), (6)より X, X' を消去して y と P の関係を求めるには、(6)式の X', y' の要素の順序を入れかえ、X, y に合わせるため h' の各要素の配列替えが必要である。そのため、まず m 次の正方行列 h_j' の k-l 要素を h_{kl}^j とおき、次の行列を定義する。


X, y 　　X', y'

$$\bar{h}_{kl} = \begin{bmatrix} h_{kl}^1 & & \\ & h_{kl}^2 & \\ & & \ddots \\ & & & h_{kl}^n \end{bmatrix} \qquad \bar{h} = \begin{bmatrix} \bar{h}_{11}, & \bar{h}_{12} & \cdots & \bar{h}_{1m} \\ \bar{h}_{21}, & \bar{h}_{22} & \cdots & \bar{h}_{2m} \\ \cdots & & & \\ \bar{h}_{m1}, & \bar{h}_{m2} & \cdots & \bar{h}_{mm} \end{bmatrix}$$

この $\bar{h}$ が求める、h' の配置替え行列である。

すなわち、　$X' = h' y'$ ―配置替え ⟶ $X = \bar{h} y$ ----------- (7)

したがって(4), (7)より X を消去すれば、結局次式が求まる。

$$(h - \bar{h}) y = P \quad \text{----------}(8)$$

$$H y = P \quad \text{----------}(8')$$

この式が不整形格子桁の格点の荷重とたわみとの関係を表わす基礎方程式である。ゲルバーなどのように、主桁のたとえば j 点にヒンジがある場合には、t_i の第 j 行、第 j 列要素の対角要素を 1、その他の非対角要素を 0 として逆行列を求め、その第 j 列をすべて 0 とおいたものを t_i^{-1} の代りに用いて h_i を計算する。また、連続桁の中間支点などのように、j 点が支点となる場合には、H の第 $n(i-1)+j$ 行、第 $n(i-1)+j$ 列の対角要素を 1、非対角要素を 0 として逆行列を求め、その第 $n(i-1)+j$ 列を 0 としたものに P を乗じて y を計算すればよい。こうして y が求まれば、主桁および横桁の曲げモーメントは次式で計算される。

$$M_i = t_i^{-1} \gamma_i y_i$$

$$M_j' = t_j'^{-1} \gamma_j' y_j'$$