I－41　不等間隔直交格子桁の試索計算法の提案

日本大学第二工学部　正員　安田 禎輔

従来格子桁に関する理論には大別して次の二つの理論的方法がある．1)桁理論によるもの，2)板理論によるもの．従来の桁理論によるものは捩りの考慮がはらわれてなかった．また板理論においては捩りを考慮しておるけれども，格子桁は元来桁部材から構成されているものであるから，やはり桁理論で問題を解決すべきだと思う．

筆者は捩りを考慮にいれた桁理論で問題の解決を試みた．桁理論にもいろいろあるが，図上試索計算法を採用した．この計算法は従来主にラーメンのみに適用してたカーニ氏の方法を拡張して不等間隔直交格子桁に適用したものである．

§1.　撓角法の基本式と捩り剛性の変形

ここで取り扱うものは等断面部材のものである．しかし変断面部材のものも以後の基本式の係数を変えることにより解くことができる．さて任意部材AB における撓角の基本式は

$$M_{AB}=2EK(2\theta_A+\theta_B-3R)-C_{AB}$$

$$M_{BA}=2EK(\theta_A+2\theta_B-3R)+C_{BA}$$

上式において，

$$\left.\begin{aligned}&\text{回転成分}\,;\ M'_{AB}=2EK\theta_A\ ,\ \ M'_{BA}=2EK\theta_B\\&\text{変位成分}\,;\ M''_{AB}=M''_{BA}=-6EKR\\&\text{固定端モーメント}\,;\ \overline{M}_{AB}=-C_{AB}\ ,\ \ \overline{M}_{BA}=C_{BA}\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots\cdots(1)$$

と置けば撓角法の基本式は次式となる．

$$\left.\begin{aligned}M_{AB}&=\overline{M}_{AB}+2M'_{AB}+M'_{BA}+M''_{AB}\\M_{BA}&=\overline{M}_{BA}+M'_{AB}+2M'_{BA}+M''_{AB}\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots\cdots(2)$$

部材ABのA端およびB端における捩りモーメントすなわちトルク T_{AB} および T_{BA} は一般に次式で示される．

$$T_{AB}=J(\omega_A-\omega_B)/\ell=GJ'(\omega_A-\omega_B)/\ell$$

$$T_{BA}=J(\omega_B-\omega_A)/\ell=GJ'(\omega_B-\omega_A)/\ell$$

ただし，　J；捩り剛性，　J'；$J'=J/G$，　G；横弾性係数

ω_A および ω_B；A端およびB端の捩り角

GとEとの間には次の関係がある．ただし，νはポアソン比とする．

$$G=\frac{E}{2(1-\nu)}$$

上式を捩りモーメントの式に代入して次式を得る．

$$T_{AB}=2EK'(2\omega_A-2\omega_B)\ ,\qquad T_{BA}=2EK'(2\omega_B-2\omega_A)$$

$$K'\text{；等価剛度},\ K'=\frac{J'}{8\ell(1-\nu)}\qquad\cdots\cdots\cdots(3)$$

ここで，　捩り成分；$T'_{AB}=2EK'\omega_A$，　$T'_{BA}=2EK'\omega_B$　$\cdots\cdots\cdots(4)$

とおけば捩りモーメントの式は次式となる．

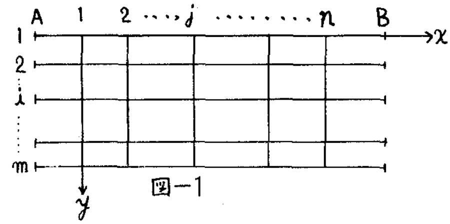
$$\left.\begin{aligned} T_{AB} &= 2T'_{AB} - 2T'_{BA} \\ T_{BA} &= 2T'_{BA} - 2T'_{AB} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

§2. 回転係数と変位係数

右図のように主桁および横桁方向をxおよびy軸方向とし，この格子桁解法にあたって次の仮定をもうける．

(仮定) xy-平面における桁の撓みを無視する．

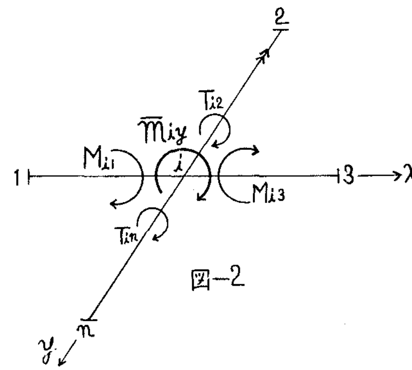
上記仮定をもうけた格子桁の任意格点においては二方向の格点方程式（ラーメンにおける節点方程式）が考えられる．しかし，この二つの方向の格点方程式に関する理論は全く同形式となるので一方向のみについて論ずればよい．



図—1

(A) 回転係数

右図は任意の格点を取り出した図である．図における二重矢印はモーメント方向，一重矢印は桁軸方向である．$\overline{m}_{iy}$はi格点に外力として作用する荷重モーメントとすればi格点における格点方程式は次式となる．



図—2

$$\Sigma M_{ik} + \Sigma T_{ik} = \overline{m}_{iy}$$

上式に(2)および(5)式を代入して

$$2\Sigma(M'_{ik} + T'_{ik}) = -\left\{\overline{M}_i + \Sigma(M'_{ki} + M''_{ki}) - 2\Sigma T'_{ki}\right\}$$

ただし，$\overline{M}_i$；固定(格点)モーメント，$\overline{M}_i = \Sigma\overline{M}_{ik} - \overline{m}_{iy}$ $\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$

ここで，$M'_{ij} = -\mu_{ij}\Sigma 2(M'_{ik} + T'_{ik})$，$T'_{il} = -\mu_{il}\Sigma 2(M'_{ik} + T'_{ik})$とおき，これと(1)および(4)式から

$$\mu_{ij} = -\frac{K_{ij}}{2\Sigma(K_{ik} + K'_{ik})}, \quad \mu_{il} = -\frac{K'_{il}}{2\Sigma(K_{ik} + K'_{ik})} \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

μ_{ij}，μ_{il}；回転係数

したがって，

$$\left.\begin{aligned} M'_{ij} &= \mu_{ij}\left\{\overline{M}_i + \Sigma(M'_{ki} + M''_{ki}) - 2\Sigma T'_{ki}\right\} \\ T'_{il} &= \mu_{il}\left\{\overline{M}_i + \Sigma(M'_{ki} + M''_{ki}) - 2\Sigma T'_{ki}\right\} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

(B) 変位係数　図-2における格点剪断方程式は次式となる．ただし，P_i；i格点における荷重

$$\Sigma V_{ik} + P_i = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

(9)式を各成分で表わすと次式となる．ただし，m_{ik}；ik部材における荷重のみによるi点のまわりのモーメント．

$$\Sigma\frac{M''_{ik}}{l_{ik}} = \frac{1}{2}\left\{P_i - \Sigma\frac{(\overline{M}_{ik} + \overline{M}_{ki}) + 3(M'_{ik} + M'_{ki}) + m_{ki}}{l_{ik}}\right\}$$

ただし，l_{ik}はik方向が材軸方向と同じとき正とする．ここで変位係数ν_{ij}を$M''_{ij} = 2\nu_{ij}\Sigma\frac{M''_{ik}}{l_{ik}}$とおけば，

$$\nu_{ij} = \frac{K_{ij}/l_{ij}}{\Sigma 2(K_{ik}/l_{ik}^2)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

したがって

$$M''_{ij} = \nu_{ij}\left\{P_i - \Sigma\frac{(\overline{M}_{ik} + \overline{M}_{ki}) + 3(M'_{ik} + M'_{ki}) + m_{ki}}{l_{ik}}\right\} \quad \cdots\cdots (11)$$