

I-84 つり橋の動的挙動 および 空気力学的応答について

京都大学工学部 正員 工博 小 西 一 郎
 京都大学工学部 正員 工博 白 石 成 人
 京都大学大学院 学員 工修 〇 宇 都 宮 英 孝

1. まえがき

最近わが国においても長大スパンつり橋の架設が現実のものとなりつつあり、それととも現任に到るまで、まだ十分に満足すべき解答を得ることができていない。つり橋の耐風安定性に関する問題に対して理論的に、あるいは実験的に信頼すべき根拠を持つ解答を求むことが急務となっている。

そこで本研究では、つり橋の動的挙動を解析する際の基礎となる自由振動の方程式および限界風速の問題について考察を行うものである。一般につり橋の主要な構造は、作用する風荷重は、全スパンにわたって必ずしも一定であるとは考えられまい。しかし、この懸垂部においてもこの風荷重が作用する場合に限界風速にどのような変化が現れるか検討した。基礎方程式の誘導については F. Bleich の方法に従って、平板に作用する Lift および Torque Moment の理論式を用いて表わし、数値計算を行った。

2. 自由振動の基礎方程式

補剛桁を平板構造と仮定した場合の鉛直および横断、および振動の運動方程式は、次の如き形式に与えられる。これをエネルギー式と置き、Ritz の方法を用いて振動数を求め、この値を用いて、

$$\text{たわみ型振動} \quad \frac{W}{g} \ddot{w} - \frac{W}{2A} \frac{\partial}{\partial x} \left(2A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\lambda + \mu) \int_0^L \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right\} + 4 \pi (h + \pi) (w) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{W}{g} (1 + h)^2 \ddot{u} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ E A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\} - H_0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \right\} + 2 \pi (h + \pi) u = 0 \quad (2)$$

$$\frac{W}{g} (1 + h)^2 \ddot{v} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ E A \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right\} + H_0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \right\} - 2 \pi (h + \pi) (v) = 0 \quad (3)$$

$$\text{ねじり型振動} \quad \frac{W}{g} (I_0 + I_0) \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ G J \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right\} + E A_1 \left(\phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \right) + A_2 \left(\phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \right) = 0 \quad (4)$$

これらについて詳細は参考文献(1)(2)を参照せよ。

3. 基礎方程式の誘導 限界風速

つり橋のように大きな板を持つものは、一般的に、風速が、板の長さより短くなる限り、F. Bleich の用いた⁽³⁾ Lift および Torque Moment をそのまま適用して計算をすることが出来る。

$$L = -\delta V^2 \left[f_1 \left(\phi + \frac{b}{2} \phi \right) + f_2 \frac{b}{2} \phi \right] \quad (5)$$

$$M = \frac{\delta b V^2}{2} \left[f_1 \left(\phi + \frac{b}{2} \phi \right) - f_2 \frac{b}{2} \phi \right] \quad (6)$$

これは場所的に変動する用と考察する場合の簡易な近似である。non uniform 板の場合にはこのまま用いることはできない。式(5)(6)より基礎式を求めると

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 \left\{ \int_0^L \ddot{q}_1 dx + \frac{\delta b V^2}{2 \pi r^2} \left\{ f_1 \int_0^L \ddot{q}_1 dx + f_2 \frac{b}{2} \int_0^L \ddot{q}_1 dx + f_1 \int_0^L \ddot{q}_1 dx \right\} \right\} = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 \left\{ \int_0^L \ddot{q}_2 dx - \frac{\delta b V^2}{2 \pi r^2} \left\{ f_1 \int_0^L \ddot{q}_2 dx + f_2 \frac{b}{2} \int_0^L \ddot{q}_2 dx - f_1 \int_0^L \ddot{q}_2 dx \right\} \right\} = 0 \quad (8)$$

ここで右辺は normalize されたたわみおよびねじり振動型であり、 q_1, q_2 はその Lagrange 係数である。また $\int_0^L$ は全スパンにわたる積分を表わし、 b は風速が作用する幅を示す。

今、 $q_1 = C_1 e^{i \omega t}$ 、 $q_2 = C_2 e^{i \omega t}$ として式(7)(8)から特性方程式を求めると、多項式の集合式となり、美数

如 虚数部がそれぞれに零となるべき条件から次の2式が求められる。

$$\begin{aligned} \text{実数部} \quad \omega^4 - \left\{ \left(1 + S f_{ik} k D_{11} \right) \left(1 + \frac{S}{2} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 D_{22} \left(f_{Rk} + \frac{k}{2} f_{Rk} \right) \right) + \frac{1}{2} S^2 f_{Rk} k D_{11} D_{22} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 \left(f_{ik} - \frac{k}{2} f_{ik} \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} S k D_{22} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 \left\{ f_{Rk} \left(f_{ik} + \frac{k}{2} f_{ik} \right) + f_{ik} \left(f_{Rk} + \frac{k}{2} f_{Rk} \right) \right\} \right\} \\ - \omega^2 \left[\omega_1^2 \left\{ 1 + \frac{S}{2} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 D_{22} \left(f_{Rk} + \frac{k}{2} f_{Rk} \right) \right\} + \omega_2^2 \left(1 + S k f_{ik} D_{11} \right) \right] + \omega_1^2 \omega_2^2 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{虚数部} \quad \omega^2 \left[\frac{S}{2} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 k D_{22} \left\{ f_{Rk} \left(f_{ik} + \frac{k}{2} f_{ik} \right) - f_{ik} \left(f_{ik} + \frac{k}{2} f_{ik} \right) \right\} + \frac{S}{2} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 D_{22} \left(f_{ik} - \frac{k}{2} f_{ik} \right) \left(1 + S f_{ik} k D_{11} \right) \right. \\ \left. - S k f_{Rk} D_{11} \left\{ 1 + \frac{S}{2} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 D_{22} \left(f_{Rk} - \frac{k}{2} f_{Rk} \right) \right\} + S f_{Rk} k D_{11} \omega_1^2 - \frac{S}{2} \left(\frac{k}{f_R} \right)^2 D_{22} \left(f_{ik} - \frac{k}{2} f_{ik} \right) \omega_2^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

ここで $D_{mn} = \int_{-b/2}^{b/2} \bar{z}_m \bar{z}_n dx$, $S = \frac{\rho b}{m k^2}$ であり $k = \frac{\omega b}{V}$, $f_R = f_{Rk} + i f_{ik}$ である。これら2式を用いて所要の k 値および ω が算出される。

図-1

4. 数値計算の結果および考察

数値計算には明石海峡連絡橋(一次梁)の断面諸元を用いた。まず k を固定しそれに対する ω を式(9)(10)について求め、 $\omega-k$ 曲線を描き2つの曲線の交点から、限界風速および Flutter frequencies を求めた。計算は4つの荷重状態について行われ、また b/k については、5-cases を想定した。計算結果は次に示す通りである。

Critical Wind Velocity ($b/k = 1.0$, Fullyload の場合を1とする)

b/k	3.0	2.143	1.0
(a) 2 (Fully loaded)	1.014 1.127	—	1.000 1.302
(b) 0.8L (80% loaded)	1.110 1.127	—	1.132 1.337
(c) 0.6L (60% loaded)	1.191 1.356	1.405 1.448	1.649 1.717
(d) 0.5L (50% loaded)	1.171 1.659	1.424 1.493	1.659 1.795

Flutter Frequency (ω^2)

b/k	3.0	2.143	1.0
(a) 2	0.74 0.91	—	0.91 1.55
(b) 0.8L	0.82 0.85	—	0.92 1.52
(c) 0.6L	0.80 0.8	0.85 0.89	0.92 0.97
(d) 0.5L	0.72 0.90	0.82 0.88	0.95 1.06

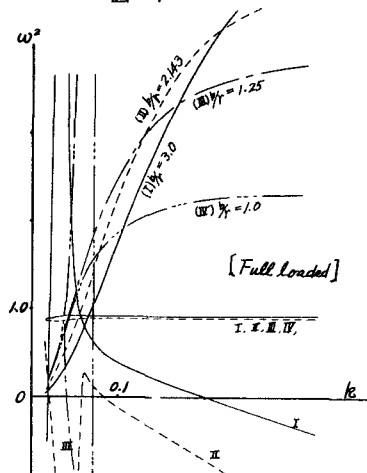
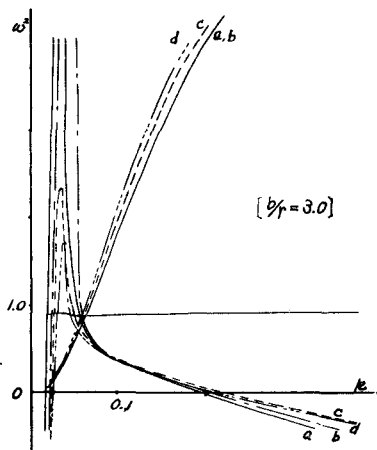


図-2



一般に k に対して限界風速は4ヶ定まり工学的にはその最小のものが意味を担つて考えられる。また load condition が変化すると、 b/k 値によつてはかなりの変動が認められ、ある場合には都合的は風を受ける時と、全スパンに一樣に受ける場合でも、 V_{cr} が強ど変らないものも認められ、強弱学的な形状による空気力学的安定性を検討する際に、一つの指標を得られると考える。

以上の結果についてはまだいくつかの問題点が含まれており、

さらにこれに引続いて行われたい数値計算結果については 当日発表する。

参考文献 (1) N. Shiraishi "The Memoirs of Faculty of Engineering Kyoto University, Vol. XXV part 2, April 1963

(2) N. Shiraishi "The Memoirs of Faculty of Engineering Kyoto University, Vol. XXVI part 2, April 1964.

(3) F. Bleich, etc. "The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges" Dept of Commerce U.S.A. 1950. chap. 7.