Ⅰ－33　洪水吐導流部直下に発電所を設けた場合の導流部の振動について

電力中央研究所　正員　桜　井　彰　雄

1.　ダム洪水吐の導流部直下に発電所を建設し，その屋根を導流部に兼用する場合，放水による発電所屋根の振動が問題になる。この振動問題の全貌に触れることは容易でないから，本報告では先ず屋根スラブの固有振動数を評価する場合に，屋根上の水の存在によつて固有振動数がどの程度変化するかを仮想質量の考え方に基いて理論的に計算してみたものである。

2.　連続接水梁の場合

梁は一定水深 h の水に接しており，径間を ℓ とする。速度ポテンシヤル　$\Phi=\varphi(X,Z)\cdot T'(t)$ を次の様におくと，これは連続の条件を満足し，水面 (Z=O) で圧力O ($\varphi=0$) の条件を満たす。

$$\varphi(x,Z)=Ao\cdot\Sigma bn\ \mathrm{Sin}\frac{n\pi}{\ell}x\cdot\mathrm{Sinh}\frac{n\pi}{\ell}Z \tag{1}$$

梁のたわみを $y=Ao\cdot f(x)\cdot T(t)$ とすれば Z=h で $f(x)\cdot T'(t)=\partial\varphi/\partial x$ より bn が定まる。梁の振動によつてひきおこされる一径間当りの水の運動エネルギーは次式より計算できる。[1]

$$C=\rho_0\int_S\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial\upsilon}dS=\rho_0\int_0^\ell\left[\frac{2Ao}{\ell}\cdot\Sigma\frac{\tanh(n\pi h/\ell)}{(n\pi/\ell)}\cdot\int_0^\ell f(x)\mathrm{Sin}\frac{n\pi}{\ell}xdx\cdot\cos\frac{n\pi}{\ell}x\right]\cdot[Aof(x)]dx$$

$$=\rho_0\cdot 2A_0^2\ell\cdot\Sigma\frac{1}{(n\pi/\ell)}\cdot\tanh(n\pi h/\ell)\cdot\left\{\int_0^1 f(\ell\eta)\mathrm{Sin}\,n\pi\eta\,d\eta\right\}^2 \tag{2}$$

固有円振動数の近似値 p は，P_0 を水のない場合の固有円振動数とすれば，[1]

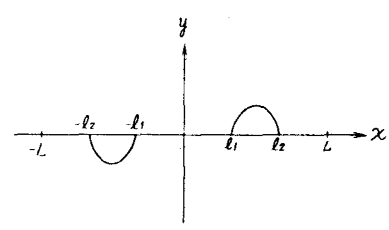
$$\frac{1}{p^2}=\frac{1}{p_0^2}\left[1+\frac{\rho_0\ell h}{\rho A\ell}\cdot\frac{\Sigma\frac{2}{(n\pi h/\ell)}\cdot\tanh(n\pi h/\ell)\left\{\int_0^1 f(h\eta)\mathrm{Sin}\,n\pi\eta d\eta\right\}^2}{\int_0^1 f^2(\ell\eta)d\eta}\right] \tag{3}$$

$f(x)=Ao\cdot\Sigma an\ \mathrm{Sin}(n\pi x/\ell)$　と表わせる時は、

$$\frac{1}{p^2}=\frac{1}{p_0^2}\left[1+\frac{\rho_0\ell h}{\rho A\ell}\cdot\frac{\Sigma\frac{a_n^2}{(n\pi h/\ell)}\cdot\tanh(n\pi h/\ell)}{\Sigma a_n^2}\right] \tag{4}$$

3.　単独接水梁の場合

この場合，(1)式を定めるにはフーリエ積分を用いなければならないが，数値計算の便を考えてフーリエ級数表示を用いて近似的に問題を解く。級数の区間を〔O，L〕とし，L は梁の長さ ℓ に比べ十分長いとすると，得られた解は図1に示す周期的な問題の解となるが，L を 3ℓ 以上にとれば数値的には単独梁の解と考えてよい。



図．1

梁のたわみを，

$$y=\begin{cases}O & (o<x<\ell_1,\ \ell_2<x<L)\\ A_0 f(x) & (\ell_1\leq x\leq\ell_2)\end{cases}$$

すれば，単独梁の解も(1)～(4)式で与えられる。b_n の積分範囲はこの場合 $\ell_1 \sim \ell_2$ である。

$\ell_1 = L/3$，$\ell_2 = 2L/3$，$f(x) = -\mathrm{Sin}(3\pi x/L)$ とすると，

$$a_n = \begin{cases} \dfrac{L}{\pi^2} \cdot \dfrac{12}{9-n^2} \cdot \mathrm{Sin}\dfrac{\pi}{2} \cdot \cos\dfrac{\pi}{6} & (n=1,2,4,5\cdots\cdots) \\ -\dfrac{L}{3\pi} & (n=3) \end{cases}$$

となり，$h/\ell = 0.05$ とすると，

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{p_0^2}\left[1 + \frac{0.327}{0.335} \cdot \frac{\rho_0 \ell h}{\rho A \ell}\right] = \frac{1}{p_0^2}\left[1 + 0.976\frac{\rho_0 \ell h}{\rho A \ell}\right]$$

となる。この場合，梁の上の水の質量 $\rho_0 \ell h$ の 32.7 %が水による見掛けの質量増加になる。

4. 矩形板の場合

一般矩形板の場合も全く同様に扱うことができる。簡単な場合として辺長 a × b の矩形板のたわみを

$$w = A_0 \cdot \cos\frac{\pi}{a}y \cdot \cos\frac{\pi}{b}x \cdot T(t)$$

とすれば，速度ポテンシャル ϕ は，

$$\phi = \frac{aA_0}{\pi\sqrt{1+(a/b)^2}} \cdot \frac{\cos(\pi y/a) \cdot \cos(\pi x/b) \cdot \mathrm{snnh}\frac{\pi}{a}\sqrt{1+(a/b)^2}}{\cos\frac{\pi h}{a}\sqrt{1+(a/b)^2}} \cdot T'(t)$$

$$\therefore \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p_0^2}\left[1 + \frac{\rho_0 abh}{\rho ab} \cdot \frac{\frac{1}{1 \mp (h/a)} \cdot \tan\frac{\pi h}{a}\sqrt{1+(b/a)^2}}{\int_0^1\int_0^1 w^2(a\zeta, b\eta)\,d\zeta\,d\eta}\right]$$

したがつて仮想質量の全量 $M = C$ は

$$M = \rho_0 abh \cdot \frac{1}{1 \mp (h/\ell)} \cdot \tan\frac{\pi h}{a}\sqrt{1+(b/a)^2}$$

$a = b$，$h/a = 0.05$ のとき，$M = 0.241\,\rho_0 abh$ となる。

なお，ここで用いた仮想質量 M は全エネルギー量のみを問題にする場合にのみ用いてよいものであり、問題を水力弾性学的に扱うには 参考文献1) の様に定義しなければならないことに注意しなければならない。

参考文献

1) 桜井彰雄 「水中に立てられた柱状構造物の振動」 土木技術 6巻 16号 1961

2) 桜井彰雄 「水中構造物の振動（1. 他構造物の影響， 2. 洪水吐を兼ねる発電所屋根スラブの振動」 第6回 電研土木講演と懇談の会講演概要集 1964

3) 鬼頭史城 「水中に於て振動する平面板の付加質量について」 造船協会雑纂 266号 昭 19.5