

I-32 振動変形法による格子桁の固有振動数の計算法, なうびに,
模型実験について

徳島大学工学部 正員 ○ 児嶋弘行
徳島大学工学部 正員 星 治雄

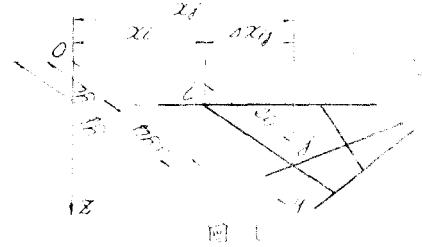
1 はしがき

主桁と横桁とが直交した, いわゆる直格子桁の曲げ振動に関する研究はかなり進んでいるが, 任意形状の格子構造に対して, 曲げと同時に捩り振動をも考慮した場合については, 進んでいるように見受けられる。この報告では, 変形法によって振動時の解析と行なうことと, 振動変形法と呼ぶことにして, これによって任意形状の格子構造と解析する場合の基本式, 振動数方程式の機械的作成法, なうびに, 簡単な模型に対する実験結果と, 本方法による計算結果との比較などについて紹介する。

2 格子構造に対する振動変形法の基本式

図-1のような, x, y 面内にある任意形状の格子の, 任意な一部材 ij について, 自由振動時にあける材端変形量と, 材端力, および, 材端モーメントとの関係とすれば, 式(1)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{M}_{xij} &= a_{sc} \theta_{xi} - a_s \theta_{xj} + b_{sc} \theta_{yi} - b_s \theta_{yj} \\ &\quad + c_s \delta_{xi} - c_c \delta_{xj} \\ \mathcal{M}_{yij} &= b_{sc} \theta_{xi} - b_s \theta_{xj} + \bar{a}_{sc} \theta_{yi} - \bar{a}_s \theta_{yj} \\ &\quad - \bar{c}_s \delta_{xi} + \bar{c}_c \delta_{xj} \\ \mathcal{P}_{zij} &= c_s \theta_{xi} + c_c \theta_{xj} - \bar{c}_s \theta_{yi} - \bar{c}_c \theta_{yj} \\ &\quad + d_{sc} \delta_{xi} - d_s \delta_{xj} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$



式(1)において, 変形量, 材端力, および, 材端モーメントとありのする θ, δ は, すべて座標軸の正の向きと一致するものとする。また, 式中の諸係数は式(2)の如く計算される。

$$\left. \begin{aligned} a_{sc} &= \left\{ \left(\frac{\Delta x}{l} \right)^2 \frac{GJ\psi}{S'} C' + \left(\frac{\Delta y}{l} \right)^2 \frac{EI\phi}{1-EC} (CS - GC) \right\}, & c_s &= \frac{\Delta y}{l} \frac{EI\phi}{1-EC} (CS - GC) \\ a_s &= \left\{ \left(\frac{\Delta x}{l} \right)^2 \frac{GJ\psi}{S'} - \left(\frac{\Delta y}{l} \right)^2 \frac{EI\phi}{1-EC} (CS - S) \right\}, & c_c &= \frac{\Delta y}{l} \frac{EI\phi}{1-EC} (CS - S) \\ b_{sc} &= \left(\frac{\Delta x \cdot \Delta y}{l^2} \right) \left\{ \frac{GJ\psi}{S'} C' - \frac{EI\phi}{1-EC} (CS - GC) \right\}, & d_{sc} &= \frac{EI\phi^2}{1-EC} (CS - GC) \\ b_s &= \left(\frac{\Delta x \cdot \Delta y}{l^2} \right) \left\{ \frac{GJ\psi}{S'} + \frac{EI\phi}{1-EC} (CS - S) \right\}, & d_s &= \frac{EI\phi^2}{1-EC} (CS + S) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\bar{a}_{sc}$ のように文字の上に $-$ をつけたものは, それぞれ, a_{sc} についたものの a 式において, Δx と Δy とを交換したものである。さうに, 式(2)において

$$\left. \begin{aligned} C &= \cosh \phi l, \quad G = \sinh \phi l, \quad C = \cos \phi l, \quad S = \sin \phi l, & C' &= \cosh \psi l, \quad G' = \sinh \psi l \\ \phi &= \sqrt{S F \omega^2 / EI}, \quad \psi = \sqrt{S I_p \omega^2 / GJ}, & \Delta x &= x_j - x_i, \quad \Delta y = y_j - y_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

である。

3 任意形状の格子構造に対する振動数方程式の機械的作成法

式(1)を、格子の格点において
 力と、モーメントの釣合条件

$$\left. \begin{aligned} \sum M_x &= 0 \\ \sum M_y &= 0 \\ \sum P_x &= 0 \end{aligned} \right\} (4)$$

に用いて、これを全格点について立てれば、静的解析における stiffness matrix に相当する係数行列が得られる。この係数行列の行列式の値を0とすれば、格子の自由振動に対する振動数方程式が得られるが、これを機械的に行なうには、式

表-1 係数行列の要素の配列に関する規約

行	変形量	変形量に束ぜられるべき係数	
		注目する格点 i	まわりの格点 j
1	θ_x	$\sum a_{sc}$	すべての部材に関して $-a_s$
2	θ_y	$\sum_{xy>0} b_{sc} - \sum_{xy<0} b_{sc}$	$\left. \begin{matrix} xy>0 \\ xy<0 \end{matrix} \right\}$ の部材に関して $\begin{Bmatrix} -b_s \\ b_s \end{Bmatrix}$
3	δ_x	$\sum_{y>0} C_s - \sum_{y<0} C_s$	$\left. \begin{matrix} y>0 \\ y<0 \end{matrix} \right\}$ の部材に関して $\begin{Bmatrix} -C_c \\ C_c \end{Bmatrix}$
4	θ_x	第2行と同じ	
5	θ_y	$\sum \bar{a}_{sc}$	すべての部材に関して $-\bar{a}_s$
6	δ_x	$-(\sum_{x>0} \bar{C}_s - \sum_{x<0} \bar{C}_s)$	$\left. \begin{matrix} x>0 \\ x<0 \end{matrix} \right\}$ の部材に関して $\begin{Bmatrix} -\bar{C}_c \\ \bar{C}_c \end{Bmatrix}$
7	θ_x	第3行と同じ	
8	θ_y	第6行と同じ	
9	δ_x	$\sum d_{sc}$	すべての部材に関して $-d_s$

に、この諸係数をすべて、 Δx 、および Δy の絶対値について計算してあり、表-1の規約にしたがって配列すればよい。なお、Stiffness matrix の作成法の詳細については、土木学会誌 第46巻 第10号 pp.19~24 を参照されたい。

4 実験模型の概要

模型桁の断面諸元、および、その諸性質を図-2に示す。

格子は、スパン360cmの直格子とし、二主桁、および、三主桁のものについて、それぞれ、横桁数、横桁断面、および、主桁間隔を変えて各場合について実験も行なった。

5 実験値と本方法による計算値との比較

ここでは、図-3に示すような単純支持二主桁一横桁の場合について、横桁断面と工型にして、主桁間隔を変化させた場合の一次振動の時間振動数を表-2に示す。主桁間隔を0に近づけた場合その振動数は、理論的には主桁一本の場合の単純梁のそれに近づくが、表-2における実験値では全く逆の結果が得られる。この点に関しては、現在整理中である他の case ともあわせて検討し、講演会当日紹介する。

6 おわりに

3において紹介した機械的作成法にすれば、任意の変換条件をもった任意形状の格子構造に対する振動数方程式

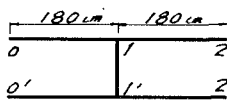
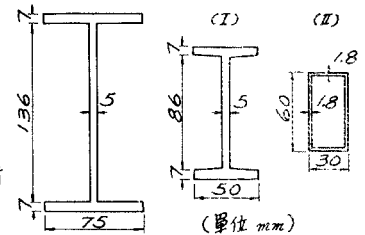


図-3 模型骨組



(a) 主桁断面 (b) 横桁断面

	$F(\text{cm}^2)$	$I(\text{cm}^4)$	$I_p(\text{cm}^4)$	$J(\text{cm}^4)$
主桁	17.30	6420	691.4	2.282
横桁I	13.29	218.6		
横桁II	31.10	14.53		

図-2 模型断面とその性質

表-2 理論値と実験値との比較				
主桁間隔(cm)	120	60	30	0
理論値(rps)	33.7	35.6	36.6	37.8
実験値(rps)	35.5	34.9	33.3	37.0
誤差(%)	5.3	2.0	9.0	2.1

も容易に作成することが出来る。しかし、主、横桁の数が多くなれば単に計算だけでこの解を得るには多大の労力を要する。このため、電子計算機を利用する以外に方法は無いが、対象とする格子が対称性を有している場合には、対称振動と反対称振動とに分けて解析する便法を用いれば、非常に有利となる。この点についても、具体的には講演会当日説明する。