

I-19 M-φオ2近似直線を用いた弾塑性補正エネルギー法について

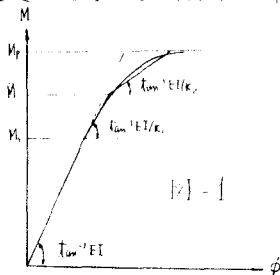
九州大学 工学部 正員 山崎徳也

学生員 太田俊昭

学生員 速水昭正

1. 序論 外荷重をうける梁の一部の曲り応力が弾性限界を越え弾塑性領域を生ずるとき、かかる莫のモーメントMと曲率φとの関係は一般に2次あるいは3次の曲線で表わされる。このため弾塑性領域を考慮した補正エネルギーの算定は極めて煩雑となる。従って著者等はその簡単化を以てM-φカーブの線型化を図りまずこれを1本の近似直線(M-φオ1近似直線と名付ける)と置換し、補正エネルギーを弾性の場合のそれと変うぬ簡単なMの2次式で表わすことを試み、その精度ならびに実用性を検討してきた。同手法によると、従来の塑性設計法に比べてはるかに精度が良く、演算も弾性の場合とほとんど変わらないことが認められたが、太肉断面(矩形円形等)の場合には塑性モーメント M_p に至らない範囲を対象とする場合にはかなりの誤差が生ずることが判明した。そこでかかる変うぬ排除する目的で新たに2本の近似直線(M-φオ2近似直線と名付ける)を導入した補正エネルギー式を求め、さらにその誤差の検討を行った。この結果、後述の如くオ1近似直線のオ1変うぬはほとんど排除され、弾塑性解析の手法としての価値を確立したと思う。

2. 近似直線の勾配の決定 図-1の K_1, K_2 を求めるのにその一方法としてオ1近似直線の勾配を決定したと同様、近似直線による補正エネルギーを厳密算定値に等しくおいた。この場合問題となるのは2本の直線の結び目の位置の決定であるが、およそ $(M_p + M_y)/2$ を主体として断面ノ形状に応じてそれぞれ次のような方法を試みた。矩形 $\bar{M} = 1.25 M_y$ (但し $\bar{M}$ は直線の結び目のモーメント)、円形 $\bar{M} = 1.307 M_y$ 、I形 $\bar{M} = 1.066 M_y$ 、ダイヤモンド型 $\bar{M} = 1.5 M_y$ 、かくして求めた K_1, K_2 (但し K_1 はM-φオ1近似直線の勾配)を表-1に示す。



3. 直線材の補正エネルギー式 (軸力、剪断力の影響は無視する)

M-φオ1近似直線を用いた場合

$$U = \int_{P+E} \frac{M^2}{2EI} ds + K_1 \int_P \frac{(M - M_y)^2}{2EI} ds \quad \text{--- (1)}$$

M-φオ2近似直線を用いた場合

$$U = \int_{E+P+P_2} \frac{M^2}{2EI} ds + K_1 \int_{P_2} \frac{(M - M_y)^2}{2EI} ds + K_2 \int_R \frac{(M - \bar{M})^2}{2EI} ds \quad \text{--- (2)}$$

	矩形	円形	I形	ダイヤモンド型
K_1	4.0	3.7	7.77	3.0
K_2	1.376	1.2	1.373	1.653
$\bar{M}/M_y$	1.25	1.307	1.066	1.5

表-1

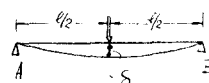
(2)は $\bar{M} < M < M_p$ の場合にのみ成立するもので、 $M_y < M < \bar{M}$ および $M < M_y$ の時はそれぞれオ3項、オ2項が零になる。また上式でE:ヤング係数、I:断面2次モーメント、 $K_1' = K_1 - 1$, $K_2' = K_2 - 1$, 係数 E, P, R はそれぞれ梁の弾性域、オ1塑性域($M_y < M < \bar{M}$)、オ2塑性域($\bar{M} < M < M_p$)を表わす。

4. 単純梁 図-2のような単純梁の中央変のたわみを(2)式を用いて求める。

$\delta = \partial U / \partial P$ より

$$\delta = P' + K_1' \left(\frac{1}{2P} + P' - 15 \right) + K_2' \left(\frac{f'^2}{2P} + P' - 15f' \right) \quad \text{--- (3)}$$

ここに $P' = P/P_y$ P_y : 降伏荷重 $f' = \bar{M}/M_y$



矩形断面とすれば $K_0' = 3$, $K_1' = 0.376$, $K_2' = 10.496$, $f' = 1.25$ となる。なお厳密解は $\delta_E = \int \phi \frac{\partial U}{\partial P} dS$ で求まり次の如し。

$$\delta_E = \{ 5 - (P' + 3)\sqrt{3 - 2P'} \} \times P \ell^3 / 48 P' EI \quad \text{--- (4)}$$

図-3は P_0, P_1 から最終荷重 P_u に達するまでの荷重とたわみの関係を

図示したもので、 P_u ($P' = 1.5$) における誤差は δ_2 で -0.86% , δ_1 で -2.6%

δ_H は -32.5% となり、塑性関節法によるたわみは極端に過小評価値になって

いる。また δ_1 と δ_2 の誤差は極めて少ないが、最終荷重に至る中間荷重 例えは $P' = 1.3$ のときの δ_1 では 17.8% , δ_2 では 11.4% で δ_2 は δ_1 に比して極めて良好な精度を与えること分かる。

5. 片持梁 片持梁の荷重-たわみ曲線を図-4に示す。 P_u に

おける誤差は δ_1 で -2.56% , δ_2 で -0.94% , δ_H で -32.5% また $P' = 1.25$

では δ_1 では 14.5% , δ_2 で 10.33% となり本法による高精度が立証されている。

6. 不静定構造物 (たわみ角式の誘導) ラーメン等の不静

定構造物の塑性解析の厳密解は著しく複雑となるので、塑性関節法は計算の

簡明さにおいて特色を有するが、塑性領域を無視するため誤差は相当大になる。そこで計算が簡単

かつ精度も良い解法が望まれる。著者等はその一方法として M-中才1近似直線を用いた手法

を踏襲し、上記の M-中才2近似直線を用いた補正エネルギー法によるたわみ角式をあらためて誘導し、

簡単な構造物の解析を行いその精度および計算の簡易性を検討した。今図-5に

示す部材 a, b の a 端の端モーメント、接線角、たわみ角、部材角を M_{ab} , θ_a , ψ_a , R また部材の2重大線および1重の大線はそれぞれ

それぞれ a_1 および a_2 塑性域を表わし、 a_i, b_i ($i = 1 \sim 4$) は枝端から境界までの距離を表わす。

所要の端モーメント式は C_{ab}, C_{ba} をそれぞれ a 端, b 端の固定端モーメントとすると、

$$a \text{ 端では } M_{ab}' = K (d_{ab} \psi_a' + \beta_{ab} \psi_b' + \xi_{ab} \psi') + \gamma_{ab} + C_{ab} \quad (5)$$

ただし K : 剛性, $\psi_a' = 2EK \theta_a$, $\psi_b' = 2EK \theta_b$, $\psi' = 6EK R$, K : 基準剛度, $M_{ab}', \psi_a', \psi_b', \psi', C_{ab}$ はそれぞれ $M_{ab}, \psi_a, \psi_b, \psi, C_{ab}$ を P, ℓ で除したものである。その他の係数は表-2にまとめて示した。

なお C_{ab}, C_{ba} は弾性的場合と同様の手法でえられるが、 ψ' は断面の断面1割とした。

他端 b についての端モーメント式は単に添字 a と b を入れ換えれば直ちにえられる。 表-2

d_{ab}	$\frac{1}{2} \frac{A_{ba}}{A_{ab} A_{ba} - B_{ab} B_{ba}}$	A_{ab}	$\frac{(C' - C'') + \frac{1}{3}(C'^2 + C''^2) + K_1' \{ (a_1' - a_1'') + (C' - C'') - (a_1'^2 - a_1''^2) + \frac{1}{3}(a_1'^3 - a_1''^3) + \frac{1}{3}(b_1'^3 - b_1''^3) \}}{\frac{1}{3}(C'^3 + C''^3) + K_2' \{ (a_1' - a_1'') + (C' - C'') - (a_1'^2 - a_1''^2) + \frac{1}{3}(a_1'^3 - a_1''^3) + \frac{1}{3}(b_1'^3 - b_1''^3) + \frac{1}{3}(C'^3 + C''^3) \}}$
β_{ab}	$\frac{1}{2} \frac{B_{ab}}{A_{ab} A_{ba} - B_{ab} B_{ba}}$	B_{ab}	$-\frac{1}{2}(C'^2 + C''^2) + \frac{1}{3}(C'^3 + C''^3) + K_1' \{ -\frac{1}{2}(a_1'^2 - a_1''^2) + \frac{1}{3}(a_1'^3 - a_1''^3) - \frac{1}{2}(b_1'^2 - b_1''^2) + \frac{1}{3}(b_1'^3 - b_1''^3) - \frac{1}{2}(C'^2 - C''^2) \} + \frac{1}{3}(C'^3 + C''^3) + K_2' \{ -\frac{1}{2}(a_1'^2 - a_1''^2) + \frac{1}{3}(a_1'^3 - a_1''^3) - \frac{1}{2}(b_1'^2 - b_1''^2) + \frac{1}{3}(b_1'^3 - b_1''^3) - \frac{1}{2}(C'^2 - C''^2) + \frac{1}{3}(C'^3 + C''^3) \}$
γ_{ab}	$\frac{D_{ba} B_{ab} - D_{ab} A_{ba}}{A_{ab} A_{ba} - B_{ab} B_{ba}}$	D_{ab}	$K_1' \{ M_1'(a_1) \{ \frac{1}{2}(a_1'^2 - a_1''^2) + M_1'(a_1) \{ \frac{1}{2}(C'^2 - a_1'^2) - (C' - a_1') \} - M_1'(b_1) \{ \frac{1}{2}b_1'^2 \} + M_1'(b_1) \{ \frac{1}{2}(b_1'^2 - C'^2) \} \} + K_2' \{ M_1'(a_1) \{ \frac{1}{2}(a_1'^2 - a_1''^2) + M_1'(a_1) \{ \frac{1}{2}(C'^2 - a_1'^2) - (C' - a_1') \} - M_1'(b_1) \{ \frac{1}{2}b_1'^2 \} + M_1'(b_1) \{ \frac{1}{2}(b_1'^2 - C'^2) \} \}$
ξ_{ab}	$\frac{1}{6} \frac{A_{ba} - B_{ab}}{A_{ab} A_{ba} - B_{ab} B_{ba}}$		$\frac{1}{6EI} \{ a_1', b_1', C', C'' \text{ は } a_1, b_1, C, C' \text{ をそれぞれ } \ell \text{ で除したものである。} \}$

上記のたわみ角式を用いて電子計算機による繰返し計算法で簡単な構造物の弾塑性解析を行ったが、その結果は講演時に呈示する。

(参考文献) 1) 山崎・太田 “弾塑性解析に拡張したエネルギー法” 第14回土木学会学術講演会講演概要(昭和39年5月)

2) 山崎・石川 “弾塑性領域を考慮したエネルギー法による直線材たわみ角式の誘導について” 昭和39年土木学会西部支部研究発表会論文集

3) 山田孝一郎 “撓曲法形式による骨組の弾塑性解析” 日本建築学会論文報告集第280号(37年12月)