

I-14 載頭円錐柱をもつ立体架構の安定

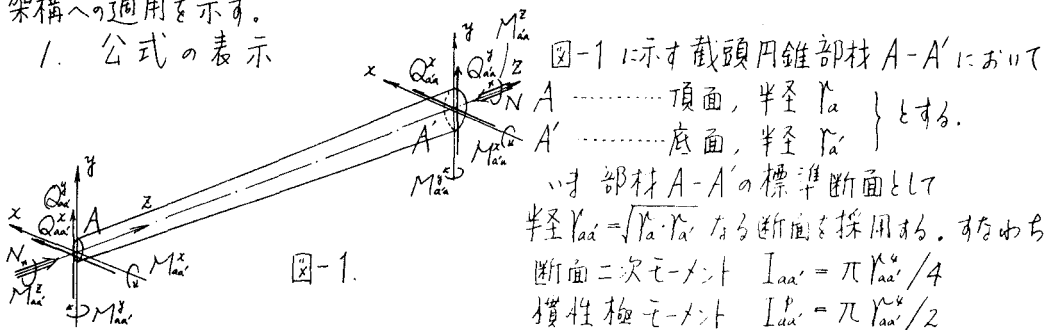
九 大 正 員 山 崎 徳 也
運 輸 省 正 員 〇 瀬 川 宗 亮

さきに著者等は平面架構の安定解析の一部として載頭円錐材に対する座屈撓角式を導いたが⁽¹⁾ 今では更に立体架構への適用を図る。

いま、骨組はマツシグな部材から構成されているとし曲げ捻りの影響を無視出来るものとすれば⁽²⁾ 部材の捻りに対する基本公式を併用して座屈撓角法の形式をそのまま踏襲することにより比較的簡単に座屈条件式を求めうる。

ここでは先づ載頭円錐材に対する座屈撓角式を呈示し 更に 捻り角式をも求めて立体架構への適用を示す。

1. 公式の表示



M, Q の符号は図-1 に示す方向を正とする。回転角の符号はそれに準ずる。

(a) 材端曲げモーメントの式 (座屈撓角式) x, y 軸廻りの曲げモーメントに関しては同一形式をうるゆえ、いま x, y 軸を添字として共用すれば次の結果をうる。

$$\left. \begin{aligned} M_{aa'}^x &= \nu_{aa'} k_{aa'} (\nu_{aa'} \alpha_{aa'} \varphi_{aa'}^x + \beta_{aa'} \varphi_{aa'}^x - \gamma_{aa'} \psi_{aa'}^x) \\ M_{aa'}^y &= \nu_{aa'} k_{aa'} (\beta_{aa'} \varphi_{aa'}^y + \mu_{aa'} \alpha_{aa'} \varphi_{aa'}^y - \gamma_{aa'} \psi_{aa'}^y) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$A' \text{ 端がピン結合の時 } M_{aa'}^x = \nu_{aa'} k_{aa'} \delta_{aa'} (\varphi_{aa'}^x - \psi_{aa'}^x) \quad (2)$$

$$A \text{ 端がピン結合の時 } M_{aa'}^x = \nu_{aa'} k_{aa'} \delta_{aa'} (\varphi_{aa'}^x - \psi_{aa'}^x) \quad (3)$$

ただし、 $k_{aa'} = (EI_{aa'}/l_{aa'})/E_0 K_0$, $\varphi = E_0 K_0 \theta$, $\psi = E_0 K_0 R$

$$\left. \begin{aligned} (1), (2), (3) \text{ 式における係数は次のごとく、式中 } \nu_{aa'} &= 1/\mu_{aa'} = r_a/r_{a'}, Z_{aa'} = \sqrt{N l_{aa'}^2/EI_{aa'}} \\ \alpha_{aa'} &= \alpha_{aa'} = Z_{aa'} (\sin Z_{aa'} - Z_{aa'} \cos Z_{aa'}) / \{ 2(1 - \cos Z_{aa'}) - Z_{aa'} \sin Z_{aa'} \} \\ \beta_{aa'} &= \beta_{aa'} = Z_{aa'} (Z_{aa'} - \sin Z_{aa'}) / \{ 2(1 - \cos Z_{aa'}) - Z_{aa'} \sin Z_{aa'} \} \\ \gamma_{aa'} &= \nu_{aa'} \alpha_{aa'} + \beta_{aa'}, \quad \gamma_{aa'} = \beta_{aa'} + \mu_{aa'} \alpha_{aa'} \\ \delta_{aa'} &= \delta_{aa'} = Z_{aa'}^2 \sin Z_{aa'} / (\sin Z_{aa'} - Z_{aa'} \cos Z_{aa'}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) 式で分るように α, β, δ は断面二次モーメントが一定値 $I_{aa'}$ の定断面材に対する座屈撓角式の係数に等しい。

(b) 材端捻りモーメントの式 誘導演算を省略し結果のみ示せば

$$M_{aa'}^z = -M_{aa'}^z - k_{aa'}^t \omega_{aa'} (\varphi_{aa'}^z - \varphi_{aa'}^z) \quad (5)$$

ただし $k_{aa'}^t = (GI_{aa'}^p/l_{aa'})/E_0 K_0$, $\omega_{aa'} = 3/(\mu_{aa'} + 1 + \nu_{aa'})$

(c) 材端剪断力の式 x, y 軸方向の剪断力は (1), (2), (3) 式より

$$\begin{aligned} Q_{aa}^x &= -Q_{aa}^x = \nu_{aa}^x k_{aa}^x \left\{ \gamma_{aa}^x \varphi_{aa}^y + \gamma_{aa}^y \varphi_{aa}^x - (\gamma_{aa}^x + \gamma_{aa}^y - \mu_{aa}^2 Z_{aa}^x) \varphi_{aa}^z \right\} / l_{aa}^x \\ Q_{aa}^y &= -Q_{aa}^y = -\nu_{aa}^y k_{aa}^y \left\{ \gamma_{aa}^y \varphi_{aa}^x + \gamma_{aa}^x \varphi_{aa}^y - (\gamma_{aa}^x + \gamma_{aa}^y - \mu_{aa}^2 Z_{aa}^y) \varphi_{aa}^z \right\} / l_{aa}^y \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{I端のピン結合の時 } Q_{aa}^x &= -Q_{aa}^x = \nu_{aa}^x k_{aa}^x \left\{ \delta_{aa}^x \varphi_{aa}^y - (\delta_{aa}^x - \mu_{aa}^2 Z_{aa}^x) \varphi_{aa}^z \right\} / l_{aa}^x \\ Q_{aa}^y &= -Q_{aa}^y = -\nu_{aa}^y k_{aa}^y \left\{ \delta_{aa}^y \varphi_{aa}^x - (\delta_{aa}^y - \mu_{aa}^2 Z_{aa}^y) \varphi_{aa}^z \right\} / l_{aa}^y \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{A端のピン結合の時 } Q_{aa}^x &= -Q_{aa}^x = \nu_{aa}^x k_{aa}^x \left\{ \delta_{aa}^x \varphi_{aa}^y - (\delta_{aa}^x - \mu_{aa}^2 Z_{aa}^x) \varphi_{aa}^z \right\} / l_{aa}^x \\ Q_{aa}^y &= -Q_{aa}^y = -\nu_{aa}^y k_{aa}^y \left\{ \delta_{aa}^y \varphi_{aa}^x - (\delta_{aa}^y - \mu_{aa}^2 Z_{aa}^y) \varphi_{aa}^z \right\} / l_{aa}^y \end{aligned} \quad (8)$$

2. 適用 (釣合条件式 並びに 座屈条件式)

式の適用に当ては 次の釣合条件式が成立する。

すなわち 任意の節点 (において) $\sum M^x = 0, \sum M^y = 0, \sum M^z = 0$ の 3 節点方程式が成立 (これら 3 節点の独立の接角の数に於て)。また、独立部材回転角に等しい数の剪断力釣合式が成立する。

これを論ずるに当ては 中間荷重のない場合を取扱うゆへ 上記釣合方程式は 右辺が凡て零となる。接角 θ , 部材回転角 R に関する連立方程式となる。 θ, R が凡て零でない状態を要する条件として この連立方程式の係数行列は零でなければならぬ。すなわちこの 座屈条件式である。

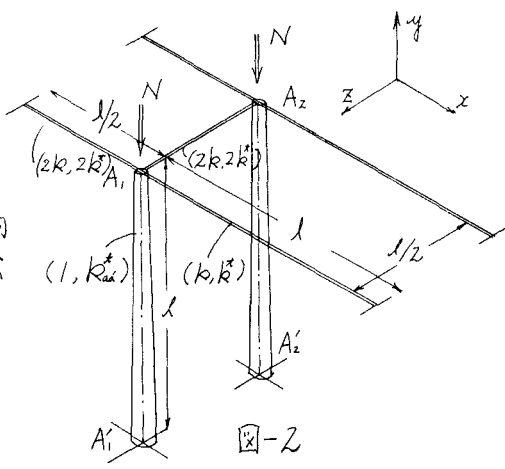
3. 例題 (図-2 参照)

右頭部柱を A-A' を基準部材に取り その標準断面二次モーメントを I_{aa} , 剛度 K_{aa} とする。

その他部材は同じ正方形断面とすれば各部材の EK/EK_{aa} , $(GI^2/I_{aa})/EK_{aa}$ は 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000

すなわち $\sum M^x = 0, \sum M^y = 0$ より $\Delta_1 = 0$ は Z 方向の座屈条件式に当る。よてこれを除く。また $\Delta_2 = 0$ とすれば、これが求める面の座屈条件式となり、座屈条件式は両者を同時に満足して $\Delta_1 \cdot \Delta_2 = 0$ で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} \nu^x \alpha_{aa} + 9k + 2k^t & 2k^t \\ 2k^t & \nu^y \alpha_{aa} + 9k + 2k^t \end{vmatrix} \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} \nu^x \alpha_{aa} + 8k + 3k^t & 4k & 0 & 0 & \nu^x \gamma_{aa} \\ 4k & \nu^y \alpha_{aa} + 8k + 3k^t & 0 & 0 & \nu^y \gamma_{aa} \\ 0 & 0 & k_{aa}^t \omega + 20k & 4k & 18k \\ 0 & 0 & 4k & k_{aa}^t \omega + 20k & 18k \\ \nu^x \gamma_{aa} & \nu^y \gamma_{aa} & 18k & 18k & 2\nu^x (\gamma_{aa} + \gamma_{aa} - \mu^2 Z_{aa}^x) + 120k \end{vmatrix} \end{aligned}$$



文献

- (1) 山崎, 瀬川 変断面材の座屈接角式の誘導, 39年度 西部支部研究発表会
- (2) 建築学大系 12 座屈論 P383.