

I - 7 周と弦とによつて支持された円板の曲げについて

東北大学 正員 佐武正雄

1. 要旨 周と弦とにおいて単純支持された円板の曲げを取り扱う。固定弓形板が等分布荷重を受ける場合については Woinowsky-Krieger¹⁾が双極座標を応用して解析的解を求めているが、その解法はこの問題には適用できない。ここでは近似的に数値解を求める方法を述べ、等分布荷重の場合の計算例を示す。支持弦上の負の曲げモーメントの算定には点荷重と線荷重との特異性を応用した計算法を用いる。

2. 計算方法

弦の偏心率を $\alpha = \frac{d}{a}$ とする。まず、支持弦を図-1に示すように n 個の支持点 C_i におきかえ、これらの点におこるべき反力 P_i を求める。与えられた荷重による C_i 点の撓みを w_i とすれば、 P_i を求める方程式は

$$\sum_j w_{ij} P_j + w_i = 0$$

ただし w_{ij} は C_j 点にかかる単位荷重による C_i 点の撓みで、偏心集中荷重による支持円板の撓みの式を用いて求められる。 $n=7$ の場合については表-1のとおりである。表-1を用い、等分布荷重 P の場合の P_i を求めれば表-2の数値が得られる。

問題の円板に対する撓み、曲げモーメントなどは、支持円板に対する与えられた荷重による値、 P_i による値をすべて合成すれば得られる。この場合、支持弦上の曲げモーメント値を求めるには次のような考慮が必要である。

線分布荷重の作用線下の曲げモーメント値は有限であるが、集中荷重の作用点では曲げモーメント値が計算上 ∞ となる。したがって、上記のように支持弦上におこる線分布反力を数個の集中反力におきかえてしまうと支持弦上の曲げモーメント値として有限の値を求めることができなくなってしまう。そこでこの場合次のような方法を用いることにする。集中荷重 P による撓みの式の中には $w_i = \frac{P}{8\pi D} r^2 \log r$ で示される項が含まれており、これが上述の特異性

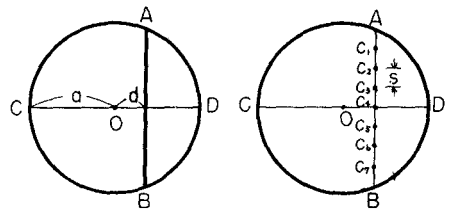


図-1

表-1 w_{ij} ($\times \frac{a^2}{4\pi D}$) D: 曲げ剛

α	0	0.25	0.5	0.75
w_{11}	0.1741	0.1570	0.1094	0.0450
w_{12}	0.2290	0.2060	0.1426	0.0575
w_{13}	0.2261	0.2031	0.1399	0.0559
w_{14}	0.1967	0.1767	0.1216	0.0487
w_{15}	0.1535	0.1379	0.0950	0.0383
w_{16}	0.1034	0.0929	0.0642	0.0262
w_{17}	0.0512	0.0461	0.0319	0.0130
w_{22}	0.4077	0.3688	0.2598	0.1094
w_{23}	0.4360	0.3937	0.2756	0.1139
w_{24}	0.3893	0.3508	0.2439	0.0993
w_{25}	0.3074	0.2767	0.1915	0.0774
w_{26}	0.2084	0.1874	0.1295	0.0524
w_{27}	0.5751	0.5209	0.3688	0.1570
w_{34}	0.5516	0.4988	0.3507	0.1465
w_{35}	0.4475	0.4036	0.2813	0.1151
w_{44}	0.6346	0.5751	0.4077	0.1741

α	0	0.25	0.5	0.75
P_1	0.05827	0.07303	0.12394	0.25575
P_2	0.08261	0.08327	0.08694	0.10677
P_3	0.09500	0.09486	0.09608	0.10916
P_4	0.09886	0.09801	0.09673	0.10348

をもつ項であるので、これを線分布荷重 $p = \frac{P}{S}$ に対応する $w_0' = \frac{p}{8\pi D} \int r^2 \log r \, dS$ でおきかえれば、作用点においてモーメント値が無限となる不都合は生じない。われわれは支持弦上の点 C_i における曲げモーメントを計算するとき、荷重や他の反力によるものはそのまゝとし、 C_i に効く集中反力 P_i による曲げモーメントについてののみ w_0 によるものを w_0' によるものにおきなおしたものをを用いることにする。これは計算の結果次式で示される。

$$M_{(x)} = -\frac{P_i}{4\pi} \left\{ (1+\nu) \left\{ \log \frac{\frac{S}{a}}{2(1-\alpha_i^2)} + 2\alpha_i \left(a_0 - \frac{\alpha_i^2}{1-\alpha_i^2} a_1 \right) \right\} - (1-\nu) \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2\alpha_i^2}{1-\alpha_i^2} a_2 \cos 2\theta_i \right\} \right\}$$

$$M_{(y)} = -\frac{P_i}{4\pi} \left\{ (1+\nu) \left\{ \log \frac{\frac{S}{a}}{2(1-\alpha_i^2)} + 2\alpha_i \left(a_0 - \frac{\alpha_i^2}{1-\alpha_i^2} a_1 \right) \right\} + (1-\nu) \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2\alpha_i^2}{1-\alpha_i^2} a_2 \cos 2\theta_i \right\} \right\}$$

(ただし、この式の α_i, θ_i は図-2 に示すもので、
 a_0, a_1, a_2 は α_i に対して定まる係数である)

3. 結果

等分布荷重の場合について計算を行った。図-3、
 図-4 は支持弦に直角な直径上の撓みおよび曲げモーメントを示したもので、正負の曲げモーメントとも支持弦の偏心とともに増大する。また、図-5 は支持

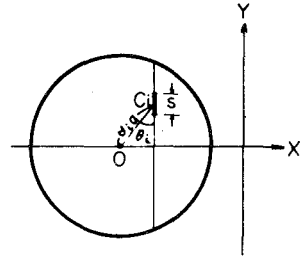


図-2

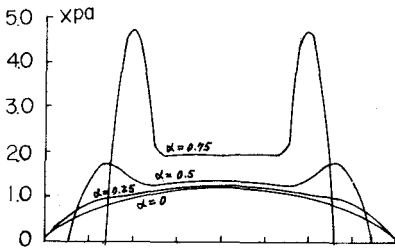


図-5

支持弦 AB 上の反力 V

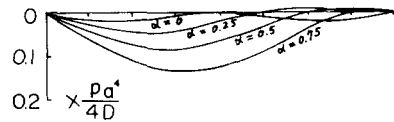


図-3 CD 上の撓み w

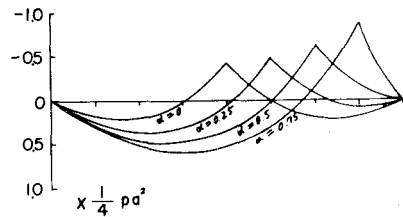


図-4 CD 上の $M_{(x)}$

弦上の反力分布を示したものであるが、これから分るように偏心が大きくなると支持弦上の反力は増大し、しかも周に近い処に極めて大きい値を生ずることが分る

参考文献

- 1) Woinowsky-Krieger, S.: Ueber die Verwendung von Bipolarkoordinaten zur Lösung einiger Probleme der Plattenbiegung, Ing.-Arch. Vol. 24, 1956, P. 47
- 2) 佐武正雄: 偏心荷重をうける単純支持円板の曲げについて, 土木学会論文集(投稿中)