

北大工学部 正員 岡村 仁
本多 祐也

(1)要旨 円板で放射方向と円周方向に補強されたリブ付板とか、それぞれ方向に鉄筋を配置した鉄筋コンクリートスラブとか、また曲線格子桁のように円弧方向の数本の主桁とそれに直交して放射方向に配置された横桁から格子を組んでいるものでは、放射方向にその間隔が広がっていて一定ではない。これらの補強材あるいは桁の剛度を平板の剛度におきかえて板理論の応用として解くことを考えると結局“板剛度が放射方向に変化する平板理論”を用いなければならない。この基礎式はすでに発表した¹⁾が、その応用と実験の結果を発表したい。応用例として円板状のものと曲線格子桁状のもの二種類、実験は後者について行い理論式との比較を行った。

(2)基礎方程式¹⁾(図-1参照) G =放射方向の基準長($\rho=1$ の桁)

の横桁間隔, $C_0=(\rho=1)$ の莫の縦桁(主桁)間隔, E =弾性係数,
 $J_{横}$, $J_{縦}$ =縦桁(主桁)および横桁の断面二次モーメント,
 C_1 , C_2 =縦および横桁の換り剛度= $GJ_{横}$, $GJ_{縦}$, G =ポアソン係数
と1次のように平板剛度への置換へを行う。

$$N_r = \frac{E J_{横}}{G \rho}, N_\theta = \frac{E J_{縦}}{C_0}, C_1 = \frac{G J_{横}}{G \rho}, C_2 = \frac{G J_{縦}}{C_0} \quad (1)$$

W をたわみとすると断面モーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_r &= -N_r \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \rho^2}, M_\theta = -N_\theta \left(\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial W}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) \\ M_{r\theta} &= -C_1 \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right), M_{\theta r} = -C_2 \frac{1}{2\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

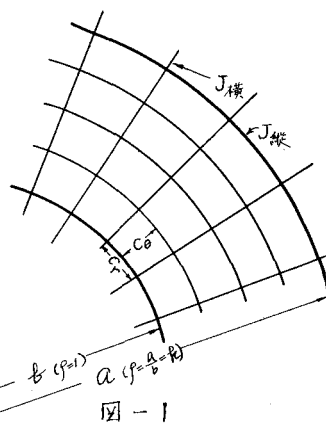
ただし $N_1 = \frac{E J_{横}}{C_0 k^2}, N_2 = \frac{E J_{縦}}{C_0 k^2}, C_1' = \frac{C_1}{G k^2}, C_2' = \frac{C_2}{C_0 k^2}$

となりこれら E の釣合式に代入すると基礎方程式が得られる¹⁾。 N_1, N_2, C_1', C_2' は実際に構造がきまれば具体的に定まるものである。いま簡単な場合として、横桁と縦桁の断面が同じ(G と C_0 が異なる場合)を考えると $\frac{J_{横} G}{J_{縦} E} = \lambda$ としまた $\frac{N_2}{N_1} = \frac{C_1 J_{縦}}{C_0 J_{横}} = k\epsilon$ ($k = \frac{C_1}{C_0}, \frac{J_{縦}}{J_{横}} = \epsilon$) とおくと

方程式は次のようになる。 p は荷重。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial \rho^4} - \frac{k\epsilon}{\rho} \frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} - \frac{k\epsilon}{\rho^2} \frac{\partial W}{\partial \rho} + \frac{k\epsilon}{\rho^3} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^4} + (2k\epsilon + \lambda k\epsilon + \frac{2\lambda}{\rho}) \frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} \\ - \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{2\lambda}{\rho} + \lambda k\epsilon \right) \frac{\partial^2 W}{\partial \rho \partial \theta^2} + \frac{1}{\rho} \left(\lambda k\epsilon + \frac{\lambda}{\rho} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2 \partial \theta^2} = \frac{p \rho^2}{N_1} \quad \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

(3)応用例. i) Circular Ring状の格子構造に等分布荷重を作用させた場合。このときは軸対称問題となるから式(3)は次のようになる。



$$\frac{d^2 w}{dp^4} - \frac{kE}{p} \frac{dw}{dp} - \frac{kE}{p^2} \frac{dw}{dp} = \frac{pR^2}{N_1} \dots (4)$$

境界条件を考慮して式(4)を解けばたわみ w が求まり、断面モーメントは式(2)から得られる。図-2はこの場合の一例でCircular Ringの内側のRingと外側のRingの所を単純支持したものの一断面(内側で $p=1$ 、外側で $p=2$)におけるたわみ w と M_r 、 M_θ の変剛度平板理論で求めた結果を実線で示してある。

なお実線は平板内で剛度が一定と考へた等方性板として計算したものの結果と比較のため記してある。

この例では $p=1$ の所(内側の境界)で $G=G_0$ とし $p=2$ の所(外側の境界)で $G=2G_0$ となるような構造のものである。(放射方向と半全方向で断面は同一)

ii) 曲線路を研状の構造に等分布荷重荷重の場合直線路を単純支持とし2隅辺を自由とし本理論によつて図-3の構造のものに求めた結果が図-4である。またこれを模型により実験を行いその

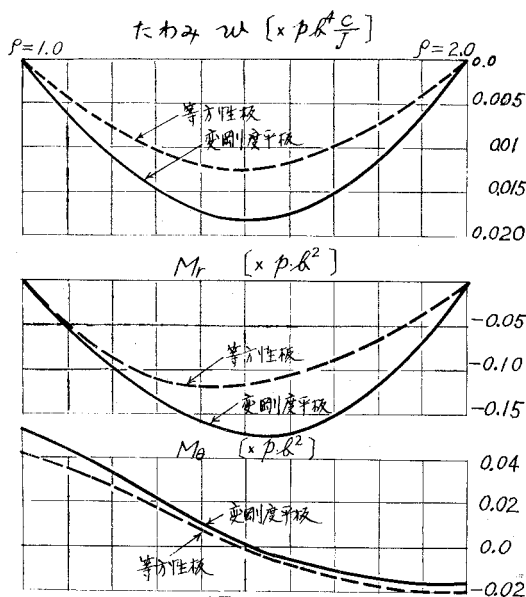


図-2

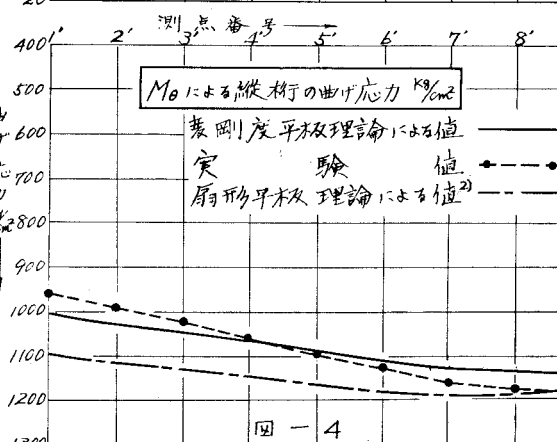
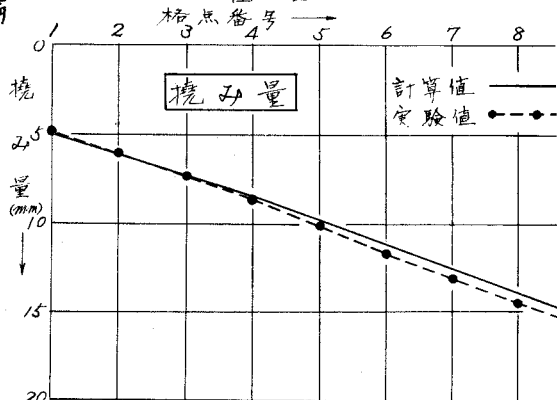


図-4

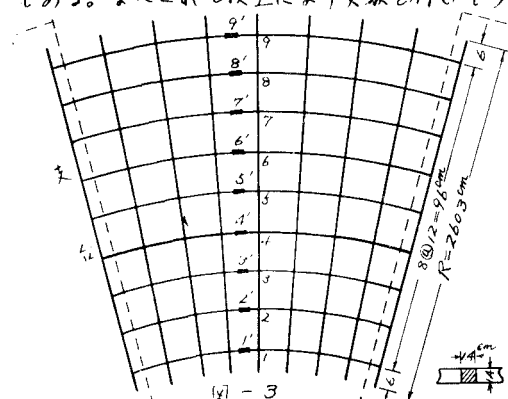


図-3

結果を実線で示してある。比較のため掲げた等剛度平板理論(扇形平板²⁾)によるものより変剛度理論の方がより実験値に近い値を示している。また M_θ について $\frac{M_\theta}{R}$ の値と比較してみると変剛度平板理論では1.217、実験から求めたものでは1.261に対し等剛度扇形板のそれは1.08と値が離れている。なお応力の測定は電気抵抗線歪計を使用した。

文献 1)茅村 仁, 舟多 敏也: 剛度の変化する平板理論の応用について, 第14回応用力学連絡研究会
2)茅村 仁: 曲線直交異方性扇形平板の曲げについて, 土木学会論文誌, 1962. 6月 1964. 9月