

I-3 任意曲線桁のプログラムについて

法政大学 工博 正員 大地 羊三
川田工業 正員 小神野 竹男

道路橋等では、曲線桁といっても円カーブの他にクロソイドを含む多様なカーブで成りたっているため、すべての曲線桁を円として解く事は事実と異なる場合が多い。そのため薄肉の任意形曲線桁の理論式を導いて従来の方法とどのくらいの誤差があるかを究明する一方、計算式に三角函数を導入する従来の方法は計算のし易さによってかなりの桁おちが生ずるものと思われたので、これを防ぐために三角函数を級数に展開して計算し両者を比較検討した。

計算式は

たわみ (δ) , 断面回転角 (ω) について

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \left[GJ \frac{\pi^2 R^2}{\lambda^3 R_0} \right], \left[-GJ \frac{\pi R}{\lambda^2 R_0} \right] \\ \left[-GJ \frac{\pi R}{\lambda^2 R_0} \right], \left[GJ \frac{1}{\lambda} \right] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \left[\frac{1}{\lambda R_0} \right], \left[\frac{\pi R}{\lambda^2 R_0} \right] \\ \left[\frac{\pi R}{\lambda^2 R_0} \right], \left[-\frac{1}{\lambda} \right] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \left[\frac{1}{\lambda R_0} \right] & \left[\frac{\pi R}{\lambda^2} \right] \\ \left[\frac{\pi R}{\lambda^2 R_0} \right] & \left[-\frac{1}{\lambda} \right] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P \\ PE \end{bmatrix} \quad \text{----- ①}$$

曲げモーメント (M) , 曲げねじりモーメント (m) について

$$\begin{pmatrix} M \\ m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \left[\frac{1}{\lambda R_0} \right] & \left[\frac{\pi R}{\lambda^2} \right] \\ \left[\frac{\pi R}{\lambda^2 R_0} \right] & \left[-\frac{1}{\lambda} \right] \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} \delta \\ \omega \end{pmatrix} \quad \text{----- ②}$$

St. Venant のねじり $M(T_0)$, 二次ねじり $M(T_w)$, 合ねじり $M(T)$, 曲げによる剪断力 (Q_m) , 剪断力 (Q) について

$$\begin{aligned} (T_0) &= [GJ] \times \left\{ \left[-\frac{\pi}{\lambda} \right] \cdot \left[d \frac{R}{R_0} \right] \cdot (\delta) + [d] \cdot (\omega) \right\}, \quad (T_w) = -[d] \cdot (m), \quad (T) = (T_0) + (T_w) \\ (Q_m) &= \left[d \frac{R}{R_0} \right] \cdot (M), \quad (Q) = (Q_m) - \left[\frac{\pi}{\lambda} \right] \cdot (T) \quad \text{----- ③} \end{aligned}$$

但し

$$[A] = \begin{bmatrix} -a_{31}, a_{01} \\ a_{01}, -(a_{31} + a_{32}), a_{02} \end{bmatrix}, \quad \left[\frac{1}{\lambda} \right] = \begin{bmatrix} -\lambda_1, \lambda_1 \\ \lambda_1, -(\lambda_1 + \lambda_{12}), \lambda_{12} \end{bmatrix}, \quad [d] = \begin{bmatrix} -\lambda_{11}, \lambda_{11} \\ -\lambda_{12}, \lambda_{12} \end{bmatrix}$$

式中 $[B]$, $[D]$, $\left[\frac{\pi R}{\lambda^2} \right]$ は $[A]$ と同様のマトリックス, ①, ②式の内 $[A]$ と同様のマトリックス以外は $\left[\frac{1}{\lambda} \right]$ と同じマトリックスである。又③において $[d]$ 以外のマトリックスは対称マトリックスである。

$$f_3 = \frac{\lambda}{6} \left\{ \left(1 - 3 \frac{\xi^2}{\lambda^2} \right) + \frac{\Phi^2}{60} \left(7 - 30 \frac{\xi^2}{\lambda^2} + 15 \frac{\xi^4}{\lambda^4} \right) \right\}$$

$$Q_3 = \frac{\lambda}{6EI} \cdot \left\{ \left(1 - 3 \frac{\xi^2}{\lambda^2} \right) + \frac{\Phi^2}{30} \cdot \left(7 - 30 \frac{\xi^2}{\lambda^2} + 15 \frac{\xi^4}{\lambda^4} \right) \right\} + \frac{\lambda \Phi^4}{(EC_w \Phi^2 + GJ \lambda^2) \times 360} \cdot \left(7 - 30 \frac{\xi^2}{\lambda^2} + 15 \frac{\xi^4}{\lambda^4} \right) + \frac{EC_w \lambda \Phi}{EC_w \Phi^2 + GJ \lambda^2} \cdot b_3$$

$$b_3 = \frac{\lambda^2 \Phi}{EC_w \Phi^2 + GJ \lambda^2} \cdot \left[\frac{6}{\beta^2 \lambda^2} \cdot \left(1 - \beta \lambda \frac{Ch \beta \xi}{Sh \beta \lambda} \right) - \left\{ \left(1 - 3 \frac{\xi^2}{\lambda^2} \right) + \frac{\Phi^2}{60} \cdot \left(7 - 30 \frac{\xi^2}{\lambda^2} + 15 \frac{\xi^4}{\lambda^4} \right) \right\} \right]$$

$$d_3 = \frac{1}{EC_w \beta^2 \lambda^2} \cdot \left(1 - \beta \lambda \frac{Ch \beta \lambda}{Sh \beta \lambda} \right), \quad (\text{但し } \lambda = R \Phi, \xi = R \varphi, \beta = (GJ/EC_w)^{1/2} / R)$$

例題

図-1に示すパラメータ $A = 92 \text{ m}$, 曲線長 $L = 51.2 \text{ m}$ のクロソイド曲線上に有効中島 12.7 m , 支間 41.2 m の曲線桁を斜に取り, クロソイド曲線上のKE点のRを半径としてもつ円曲線桁とした場合, 支間中央のクロソイド曲線のRを半径としてもつ円曲線桁とした場合およびクロソイド曲線そのまゝの場合について計算した結果を影響線の縦距と比較すると図-2, 図-3に見られる如く曲げモーメントは程んど一致するが曲げねじりモーメントの方が多少異なる。

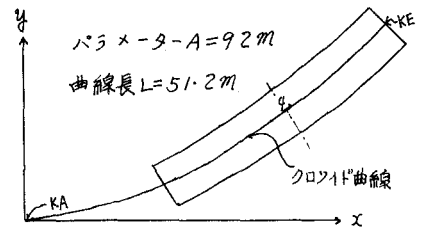
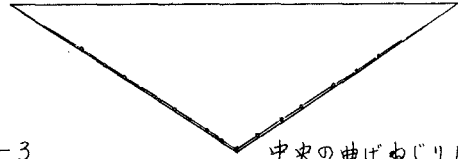


図-1

1/4点の曲げモーメント図

図-2

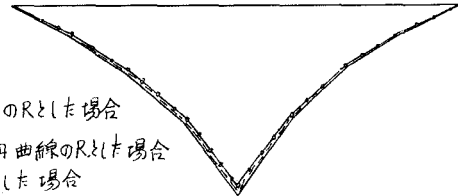
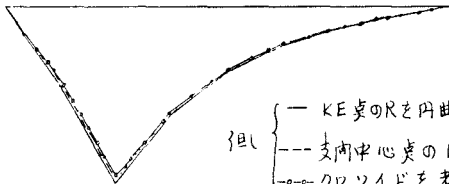
中央の曲げモーメント図



1/4点の曲げねじりM図

図-3

中央の曲げねじりM図



但し
 — KE点のRを円曲線のRとした場合
 --- 支間中央点のRを円曲線のRとした場合
 - - - クロソイドを考慮した場合

Aの値, 支間長等によって影響も異なるが, 来ようがクロソイド曲線桁を円曲線桁として解く場合には当然ながら支間端 (KE) のRを円曲線のRとして解いた方がより安全側になる。尚, 上記の計算式による計算結果と小松教授の理論式による計算結果とを比較すると曲げモーメント, 剪断力の場合4~5桁, 曲げねじりモーメントの場合2桁, その他は3桁合う事がわかった。

参考文献 小西一郎 “薄肉連続曲線桁橋の立体的解析” 土木学会論文集91号
 小松定夫