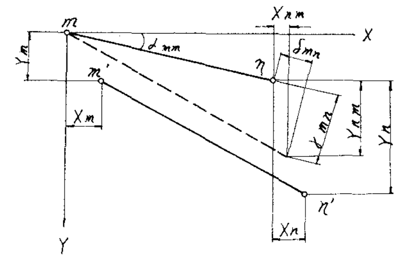
I − 1 変形による任意構造物の解法について

日本交通技術株式会社　正員 ○菅　謙一
〃　〃　森田　泰生

構造物の1部材m,nを取り出し図-1に示す如くmを原点としてX軸Y軸をとりm点の水平方向変位をX_m,鉛直方向変位をY_m,とすると部材の長さはX方向に$X_{nm}=X_n-X_m$ Y方向に$Y_{nm}=Y_n-Y_m$ 伸びる。
又節点m,nの回転角をϕ_m,ϕ_nとしこれらを未知数と考えると1つの格点iに対してX_i, Y_i, ϕ_iの3ヶの未知数が存在することになる。



図−1

従って格点の釣合式は全てX方向の変位X，Y方向の変位Yおよび節点角ϕの関数で表わされる。
今任意の部材mnのX軸の正の方向より時計回りに測った角度α_{mn},長さl_{mn},断面積A_{mn},断面二次モーメントI_{mn},ヤング率Eとすると格点mに於ける釣合は一般に次式の如くなる。

$$\begin{bmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3\\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3\\ \gamma_2 & -\gamma_2 & \gamma_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_n\\ Y_n\\ \phi_n\end{bmatrix}+\sum\begin{bmatrix}-\alpha_1 & -\alpha_2 & \alpha_3\\ -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3\\ -\gamma_1 & \gamma_2 & 2\gamma_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_m\\ Y_m\\ \phi_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-H_m+\Sigma Q_{mn}\cdot\sin\alpha_{mn}+\Sigma wtEA\cos\alpha_{mn}\\ -V_m-\Sigma Q_{mn}\cdot\cos\alpha_{mn}+\Sigma wtEA\sin\alpha_{mn}\\ M_m+\Sigma C_{mn}\end{bmatrix}$$

尚上式中の$\alpha,\beta,\gamma,Q_{mn},C_{mn}$は次式により計算される。

結合条件	m (F) — n (F)	m (F) — n (P)	m (P) — n (F)	m (P) — n (P)
η_{mn}	$A_{mn}E/l_{mn}$	$A_{mn}E/l_{mn}$	$A_{mn}E/l_{mn}$	$A_{mn}E/l_{mn}$
K_{mn}	$2EI_{mn}/l_{mn}$	$2EI_{mn}/l_{mn}$	$2EI_{mn}/l_{mn}$	$2EI_{mn}/l_{mn}$
ξ_{mn}	$6K_{mn}/l^2_{mn}$	$3K_{mn}/2l^2_{mn}$	$3K_{mn}/2l^2_{mn}$	
ε_{mn}	$3K_{mn}/l_{mn}$	$3K_{mn}/2l_{mn}$	$3K_{mn}/2l_{mn}$	
α_1	$\eta_{mn}\cos^2\alpha_{mn}+\xi_{mn}\sin^2\alpha_{mn}$	$\eta_{mn}\cos^2\alpha_{mn}+\xi_{mn}\sin^2\alpha_{mn}$	$\eta_{mn}\cos^2\alpha_{mn}+\xi_{mn}\sin^2\alpha_{mn}$	$\eta_{mn}\cos^2\alpha_{mn}$
α_2	$(\eta_{mn}-\xi_{mn})\sin\alpha_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$(\eta_{mn}-\xi_{mn})\sin\alpha_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$(\eta_{mn}-\xi_{mn})\sin\alpha_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$\eta_{mn}\sin\alpha_{mn}\cos\alpha_{mn}$
α_3	$\varepsilon_{mn}\sin\alpha_{mn}$	$\varepsilon_{mn}\sin\alpha_{mn}$	$\varepsilon_{mn}\sin\alpha_{mn}$	
β_1	$(\eta_{mn}-\xi_{mn})\sin\alpha_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$(\eta_{mn}-\xi_{mn})\sin\alpha_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$(\eta_{mn}-\xi_{mn})\sin\alpha_{mn}\cos\alpha_{mn}$	
β_2	$\eta_{mn}\sin^2\alpha_{mn}+\xi_{mn}\cos^2\alpha_{mn}$	$\eta_{mn}\sin^2\alpha_{mn}+\xi_{mn}\cos^2\alpha_{mn}$	$\eta_{mn}\sin^2\alpha_{mn}+\xi_{mn}\cos^2\alpha_{mn}$	
β_3	$\varepsilon_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$\varepsilon_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$\varepsilon_{mn}\cos\alpha_{mn}$	
γ_1	$\varepsilon_{mn}\sin\alpha_{mn}$	$\varepsilon_{mn}\sin\alpha_{mn}$		
γ_2	$\varepsilon_{mn}\cos\alpha_{mn}$	$\varepsilon_{mn}\cos\alpha_{mn}$		
γ_3	K_{mn}	$3/4\ K_{mn}$		

Q_{mn}	$\frac{l_{mn}}{20}[(7g_V^m+3g_V^n)\cos\alpha_{mn} - (7g_H^m+3g_H^n)\sin\alpha_{mn}]$	$\frac{l_{mn}}{40}[(16g_V^m+9g_V^n)\cos\alpha_{mn} - (16g_H^m+9g_H^n)\sin\alpha_{mn}]$	$\frac{l_{mn}}{40}[(11g_V^m+4g_V^n)\cos\alpha_{mn} - (11g_H^m+4g_H^n)\sin\alpha_{mn}]$	$\frac{l_{mn}}{6}[(2g_V^m+g_V^n)\cos\alpha_{mn} - (2g_H^m+g_H^n)\sin\alpha_{mn}]$
C_{mn}	$\frac{l^2_{mn}}{60}[(3g_V^m+2g_V^n)\cos\alpha_{mn} - (3g_H^m+2g_H^n)\sin\alpha_{mn}$	$\frac{l^2_{mn}}{120}[(8g_V^m+7g_V^n)\cos\alpha_{mn} - (8g_H^m+7g_V^n)\sin\alpha_{mn}]$		

上式を電子計算機にプログラムする事により、任意の結構及び任意の荷重状態に対し Input Data の順序に従って各部材の節点の性質、支点の性質を判別しN元連立方程式を作り各部材の変位及び応力計算まで連続的に求める事が出来る。

一例として図2はケーブルによって弾性支持された吊橋の床トラスの計算例である。

Input Data

Case FLOOR TRUSS

$\overset{+}{M}$　+H, X　+V, Y

線膨脹係数　$\omega = 0.000012$
弾性係数　$E = 21 \times 10^6$
温度変化　$t = 0°C$

格点番号	部材数	格点荷重 H^t	格点荷重 V^t	格点荷重 $M^{t\cdot m}$	支点条件	バネ常数 $K_H^{t/m}$	バネ常数 $K_V^{t/m}$	バネ常数 K_M^{t}	支点沈下 $X^{/m}$	支点沈下 $Y^{/m}$	部材番号	結合条件	結合条件	断面諸値 A^{m^2}	断面諸値 I^{m^4}	距離 l_x^m	距離 l_y^m	分布荷重 $g_H^{m\ t/m}$	分布荷重 $g_H^{n\ t/m}$	分布荷重 $g_V^{m\ t/m}$	分布荷重 $g_V^{n\ t/m}$	ω	E
1	1	0	0	0		0	-4000	0	0	0	2	P	F	0.065	0.019	1.50	0	0	0	0	0		
2	3	0	3	0		0	0	0	0	0	3	F	F	0.065	0.019	1.20	0	0	0	0	0		
											11	F	F	0.030	0	0	4.0	0	0	0	0		

上記のプログラムは任意の形の構造物に適用出来るが、これらの計算時間の大半は連立方程式の解を得る事で連立方程式の元数は不静定次数に無関係に次式より簡単に求める事が出来る。

$n = 3F + 2P - 3FS - 2PS - RS$

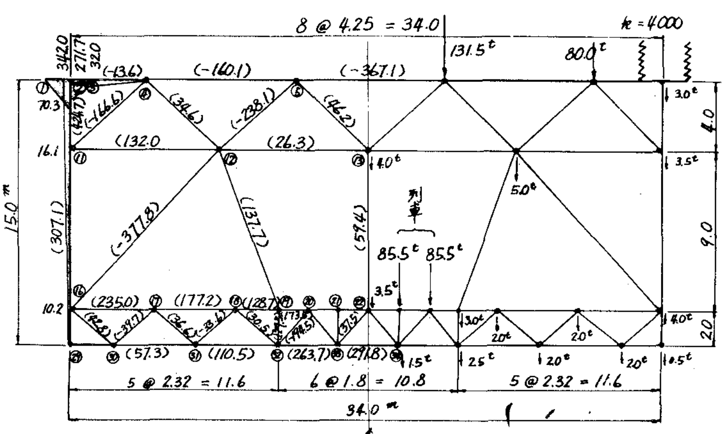
ここで　n＝元数

F＝剛節点の数　P＝鉸節点の数

FS＝固定支承の数

RS＝ローラー支承の数を示す

。



応力図　　荷重図

図－2