IV－104 電子計算機による線形調整計算

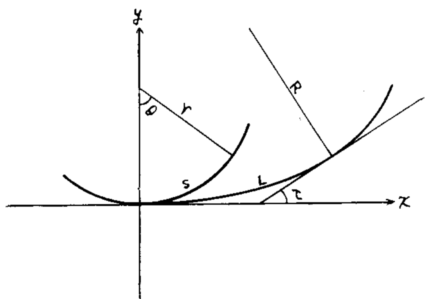
東大生研 正員 中村英夫
アジア航測 正員○上谷良吉

道路の平面線形は直線、円曲線、クロソイド曲線がさまざまな順序で接続されて用いられている。これら各曲線の各種の組み合せを各接続点において所定の境界条件を満足させ、しかも与えられたコントロール点を通るように調整する計算は極めて面倒である。そこで最近、この計算に電子計算機が多く用いられるようになってきたが、その場合、これまで手計算で行なってきた計算方法と、その過程を踏習し、そのまま電子計算機におきかえているだけであるので曲線の各タイプ、あるいはコントロール点の配置の仕方等毎に各種のプログラムを準備しなければならず、また電子計算機を操作する上からも繁雑となる。ここに述べる方法は、このような欠点を取り除くため、原則的には1つのプログラムでほとんどの場合を包含することを狙ったものである。

そのために、まず、クロソイド函数というものを提案する。これは三角函数と *analogy* を有するもので、三角函数に対応させて *clothoid sine*, *clothoid cosine* を次のように定義する。

$$\sin cl\,\tau = \tau - \frac{3}{5}\frac{\tau^3}{3!} + \frac{5}{9}\frac{\tau^5}{5!} - \frac{7}{13}\frac{\tau^7}{7!} + \cdots\cdots$$

$$\cos cl\,\tau = 1 - \frac{2}{3}\frac{\tau^2}{2!} + \frac{4}{7}\frac{\tau^4}{4!} - \frac{6}{11}\frac{\tau^6}{6!} + \cdots\cdots$$



図－1

そのとき 図－1 において

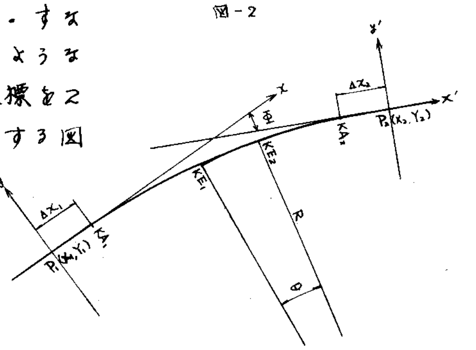
円	クロソイド
$x = r\sin\theta$	$x = 2R\sin cl\,\tau$
$y = r(1-\cos\theta)$	$y = 2R(1-\cos cl\,\tau)$
$S = r\theta$	$L = 2R\tau$

と対応する。

次に、このクロソイド函数を用いて計算する方法を2，3の例について述べる。

1) まず、最も単純なタイプのものを例にして述べる。すなわち2本の直線が固定されていて、その間へ図－2のような曲線を挿入する場合である。このとき円弧の中心の座標を2つの直線上の任意の点 $P_1(X_1Y_1)$, $P_2(X_2Y_2)$ を原点とする図のような座標系 $x-y$, $x'-y'$ で表わせば

図－2



$$\begin{cases} x_0 = \Delta X_1 + 2R\sin cl\,\tau_1 - R\sin\tau_1 \\ y_0 = 2R(1-\cos cl\,\tau_1) + R\cos\tau_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0' = \Delta X_2 + 2R\sin cl\,\tau_2 - R\sin\tau_2 \\ y_0' = 2R(1-\cos cl\,\tau_2) + R\cos\tau_2 \end{cases}$$

となる。そのとき、この２つの座標系で表わした値の間には

$$x_0 = x_0'\cos\Phi - y_0'\sin\Phi + x_2$$
$$y_0 = x_0'\sin\Phi + y_0'\cos\Phi + y_2$$

（ただし、x_2, y_2 は x-y 座標系で表わした P_2 の座標値）

の関係がなければならないから、各条件式として、次のような式を得ることができる。

$$① \begin{cases} 2R\,\mathrm{sincl}\,\tau_1 - R\sin\tau_1 + \Delta X_1 = (2R\,\mathrm{sincl}\,\tau_2 - R\sin\tau_2 + \Delta X_2)\cos\Phi - [2R(1-\mathrm{cosl}\,\tau_2) + R\cos\tau_2]\sin\Phi + X_2 \\ 2R(1-\mathrm{cosl}\,\tau_1) + R\cos\tau_1 = (2R\,\mathrm{sincl}\,\tau_2 - R\sin\tau_2 + \Delta X_2)\sin\Phi + [2R(1-\mathrm{cosl}\,\tau_2) + R\cos\tau_2]\cos\Phi + y_2 \\ \Phi = \tau_1 + \tau_2 + \theta \end{cases}$$

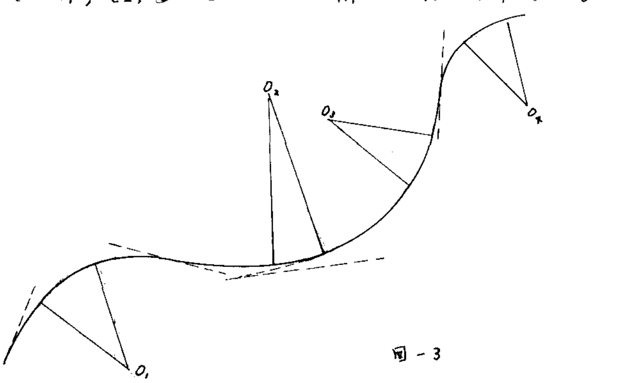
このうちで未知量は τ_1, τ_2, R, θ, ΔX_1, ΔX_2 の６つであるので、道路予定区域の条件に応じて、このうちの３つを与えれば、残りの３つはユニークに求めることができる。
たとえば

a) τ_1, τ_2, R（すなわち円曲線半径とクロソイドパラメーター）を与えて KA_1, KA_2 を直線上に自由に移動させてよいときは θ, ΔX_1, ΔX_2 を ① 式を解いて求めればよい。

b) R を与え、さらに KA_1 が $(x_1\ y_1)$ に、KA_2 が $(x_2\ y_2)$ にくるようにクロソイドパラメーターを求めたいときは

$\Delta X_1 = 0$, $\Delta X_2 = 0$, $R = R_0$ として τ_1, τ_2, θ を ① 式を解いて求めればよい。

2) 次に、さらに一般的な接続の仕方、たとえば、S型、卵形等の場合に拡張するには、次のように考えればよい。いま、一つの円孤について、その両側にそれぞれクロソイド曲線が接続されている１つの単位をとって考える。（図－４）その円孤の同心円上に２つの任意の点 $P_{11}(X_{11}\ Y_{11})$, $P_{12}(X_{12}\ Y_{12})$ をとり、円孤に沿って KE_{12} からはかった P_{12} までの距離を dS_1 半径方向に沿って円孤から P_{12} までの距離を dR_1 とする。



図－３

そのとき、P_{11} を原点とし、P_{12} がその x 軸上にあるような座標系 x-y を設ければ、この単位内の円孤の中心 O_1 および隣に接続する単位の中の円孤の中心 O_2 の座標をこの x-y 座標系で表わすことができる（計算式略）。その値を $O_1(x_{01}, y_{01})$ $O_2(x_{02}\ y_{02})$ とする。

同様にして、第３番目の単位についてもその中での任意の点 P_{31}, P_{32} で決められる座標系 x'-y' を設け O_2, O_3 の座標を $O_2(x_{02}', y_{02}')$ $O_3(x_{03}'\ y_{03}')$ と求める。

このようにすれば、中間の円孤の中心 O_2 の２つの座標系で表わされた値の間には

$$x_{02} = x_{02}' \cos\Phi - y_{02}' \sin\Phi + x_{31}$$

$$y_{02} = x_{02}' \sin\Phi + y_{02}' \cos\Phi + y_{31}$$

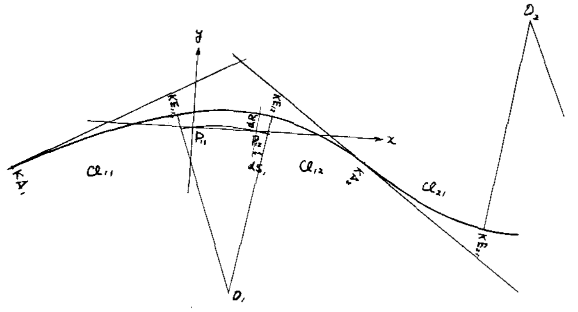
但し、Φ は $x-y$ 座標系と、$x'-y'$ 座標系の間の回転角であり、

(x_{31}, y_{31}) は $x-y$ 座標系で表わした P_{31} の座標値である。

の関係がなければならないから、この場合も 1) の場合と同様な条件式が2つ出来る。未知数としては dR_1, dS_1, dR_3, dS_3, τ_{12}, τ_{21}, τ_{22}, τ_{23} の8つのうちのいずれか2つとなるが、実用上はあらかじめ定められたパラメーターのクロソイドを挿入する。すなわち、τ_{12}, τ_{21}, τ_{22}, τ_{23} を与えて計算する場合が普通である。そのような場合には、たとえば

a) KE_{12} を固定したいときには $dR_1 = 0$, $dS_1 = 0$ として dR_3, dS_3 を求める。

b) KE_{12}, KE_{31} を円弧上で自由に移動させてよいときには、$dR_1 = 0$, $dR_3 = 0$ として dS_1, dS_3 を求める。



図－4

など、現地の事情に応じて未知量をきめて計算すればよい。

なお、この計算は、原理的には以上のようであるが、実際にプログラムするに際しては各曲線の組合せ、接続の仕方のタイプにより、種々の細かな配慮が必要である。