

N-101 基線測量における精密なTape線形式とその力学的挙動について

防衛大学校土木工学教室 正員 加藤 清志

1. 概 概 三角測量における基線網はいかなる方法によつても、少なくとも一辺は既知でなければならない。基線長の測定精度は三角網の要求精度が基礎となつて定められる訳であるが、一般に角誤差に伴う辺長誤差よりも一次だけ高次にしておくことが望ましく、その大よその標準は表-1の如し。

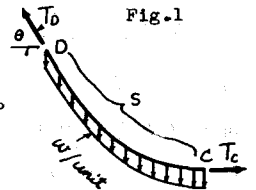
表-1

いずれの等級であつても、一実測基線長を基にし整正角を用い、幾何学的関係から各の三角形辺長を計算する。

三角等級	1. 2等	3等	4等
基線長推差	$\frac{1}{500,000} \sim \frac{1}{2,000,000}$	$\frac{1}{200,000} \sim \frac{1}{500,000}$	$\frac{1}{10,000} \sim \frac{1}{50,000}$

従つて角誤差の影響は局所的であるが、基線長誤差は三角網を延ばすほど、また包含面積の増大につれ比例的に増大する。精密な基線測量の必要性から、容易にしかも迅速且つ経済的に使用されているのは、一般にインバー基線尺(Invar tape, wire)や鋼巻尺(Steel tape)が多い。巻尺そのものの検定法、その精度等は研究工夫されているが、在来、テープの曲げ剛性(EI_z ; Modulus of flexural rigidity)を無視した線形式つまり垂直線(Catenary)を採用しており、これは「テープは軸張力にのみ抗し得る」という仮定から誘導され、従つて、「テープの材質の如何に拘らず、単位長さ当りの重量が等しければ同じ線形を示す」という矛盾を示している。以上から本論では曲げ剛性を考慮したテープ線形式を求め、従来の基線更正式と比較検討する。

2. 垂曲線式 テープのなす曲線に沿う単位長さについて w 、また単位水平長について q なるものとし、 x 軸及び y 軸を図の如くとする。



$$\frac{d^2y}{dx^2} = \mu \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}, \quad \mu \equiv \frac{w}{T_c} = \frac{w}{H}. \quad \text{支間長} = l (=2l')$$

$$y = \frac{1}{\mu} [\cosh \mu l' - \cosh \mu (x - l')]. \quad \frac{dy}{dx} = -\sinh \mu (x - l'), \quad \theta_A = -\theta_B = \sinh \mu l'.$$

テープ長 L 及び中央垂み(Sag) f は、 $L = \frac{2}{\mu} \sinh \mu l'$, $f = \frac{1}{\mu} [\cosh \mu l' - 1]$.

テープ検定時の水平張力 H_0 、任意の水平張力 H とテープ軸張力 T は、 $T = H \cosh \mu (l' - x)$ の差の超過張力による伸び ΔL は、

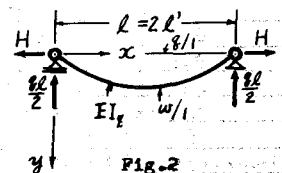
$$\Delta L = \frac{H_0}{EA} \left[\nu l' + \frac{\sinh \mu l'}{\mu} (\nu \cosh \mu l' - 2) \right]. \quad \nu \geq 1,$$

E - 弾性係数,

A - 断面積.

3. 曲げ剛性式 テープの断面二次モーメントを I_z とすると、Cartesian coordinate では次式が成立つ。

$$\frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{EI_z} \left\{ -\frac{wl}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot x + H \cdot y + \frac{w}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot x^2 \right\}$$



$$1 \gg \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \approx 0, \quad \kappa^2 \equiv \frac{H}{EI_z}, \quad \xi \equiv \frac{w}{2EI_z} \quad \text{とすれば、} \quad \frac{d^2y}{dx^2} - \kappa^2 y = \xi(x^2 - lx).$$

$$y = \frac{2\xi}{\kappa^4} \operatorname{cosech} \kappa l \cdot [\sinh \kappa x + \sinh \kappa(l-x)] - \frac{\xi}{\kappa^2} (x^2 - lx + \frac{2}{\kappa^2}),$$

$$\theta = \frac{2\xi}{\kappa^3} \operatorname{cosech} \kappa l [\cosh \kappa x - \cosh \kappa(l-x)] - \frac{\xi}{\kappa^2} (2x - l),$$

$$\theta_A = -\theta_B = \frac{\xi l}{\kappa^2} - \frac{2\xi}{\kappa^3} [\cosh \kappa l - 1], \quad f = \frac{2\xi}{\kappa^4} [\operatorname{sech} \kappa l - 1 + \frac{(\kappa l)^2}{2}].$$

$$L \approx l + \frac{\mu^2 l^3}{24} - \left[\frac{\mu^2}{2\kappa^2} \operatorname{cosech}^2 \kappa l \cdot (\cosh \kappa l - 1) \left(l - \frac{1}{\kappa} \sinh \kappa l \right) + \frac{\mu^2}{\kappa^2} \operatorname{cosech} \kappa l \cdot \left\{ l \sinh \kappa l - \frac{2}{\kappa} (\cosh \kappa l - 1) \right\} \right] \\ = l + \frac{\mu^2 l^3}{24} - [\Omega_1 + \Omega_2]. \quad \text{撓み角を考慮した軸張力による伸び } dL_t \text{ は、}$$

$$dL_t = \int_0^l \frac{T}{EA} ds = \int_0^l \frac{H}{EA} \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \right\} dx = \frac{Hl}{EA} + \frac{2H}{EA} \left\{ \frac{\mu^2 l^3}{24} - (\Omega_1 + \Omega_2) \right\}.$$

4. 考察 Steel tape の諸元は表-2 の如し。

表-2

名称	形状寸法 (mm)	A (mm)	w (g/mm)	E (kg/cm ²)	膨脹係数 (°C ⁻¹)	EI _z (kg-cm ²)	k (cm ⁻¹)		
							H=2 kg	H=4 kg	H=8 kg
S 鋼巻尺	0.23×13	2.99	20	220,000	11.5×10 ⁻⁶	2.899,802	0.830,483	1.174,480	1.660,966

(1) 垂み (2) 撓み角 (3) テープ長 (4) テープの弾性伸び等の大きさは表-3 の如し。

(5) 剪断力による撓み y_s , α を形状係数、 G を剛性率とすると、

$$y_s = \int_0^x \alpha \frac{Q_x}{GA} dx = \int_0^x \alpha \frac{w(l-x)}{GA} dx = \frac{\alpha w}{GA} (lx - \frac{1}{2}x^2). \quad \alpha = \frac{6}{5}, \quad G = 825,000 \text{ kg/cm}^2 \text{ とすると}$$

表-3 に値を示す。(a) テープ断面の横歪による断面二次モーメントの変化

縦の曲りの曲率半径を ρ 、横の曲りの曲率半径を ρ' とすると、 $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{m\rho'}$.

例えば支間 50 m、水平張力 H=2 kg の時 $\rho = 5.894 \text{ cm}$ 、 $\rho' = 17.682 \text{ cm}$

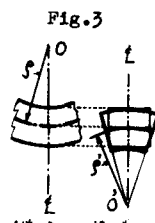
断面の上部及び下部寸法は 1300 cm 及び 1299 cm で断面二次モーメントへ

の影響は無視してよい。(1) 垂み補正として、 $\frac{W^2}{24H^2} \left\{ L + (\Omega_1 + \Omega_2) + \frac{24H^2}{W^2} (\Omega_1 + \Omega_2) \right\}$.

(2) 張力補正として、 $\frac{2H}{EA} \left\{ \frac{W^2 L}{24H^2} - (\Omega_1 + \Omega_2) \right\}$. (3) 剪断力撓み補正として、 $\frac{df}{2 \left[\mu' - \frac{\mu}{\kappa} \operatorname{sech} \kappa l \cdot \tanh \kappa l \right]}$

($\mu' \equiv \frac{W^2}{H} \cdot W = g \cdot L \approx w l = 2W'$; $df \equiv y_s$)

(1) (2) は精密な形として、(3) は全く初めて誘導されたもので、その値もかなり大きい。



	l = 10 m			l = 30 m			l = 50 m		
	2 kg	4 kg	8 kg	2 kg	4 kg	8 kg	2 kg	4 kg	8 kg
f _c (cm)	0.125,000	0.062,600	0.031,400	1.127,100	0.562,800	0.281,400	3.141,300	1.564,600	0.781,600
f _E (cm)	0.124,900	0.062,435	0.031,226	1.124,114	0.562,057	0.281,036	3.122,538	1.560,881	0.780,656
θ _{AC}	2°51'38"	1°25'57"	0°42'58"	8°37'36"	4°18'04"	2°08'57"	14°28'25"	7°10'50"	3°35'50"
θ _{AE}	2°51'21"	1°25'44"	0°42'53"	8°34'51"	4°17'29"	2°08'46"	14°9'21"	7°09'14"	3°34'39"
L _c (cm)	1,000.656,560	1,000.103,360	1,000.029,640	3,011.260,940	3,002.813,020	3,000.707,520	5,052.246,180	5,043.030,920	5,003.292,960
L _E (cm)	1,000.416,519	1,000.010,415	1,000.026,042	3,011.249,565	3,002.812,445	3,000.703,124	5,052.082,609	5,043.020,824	5,003.255,207
y _s (cm)		0.001,216			0.010,942			0.030,942	
Accuracy (×10 ⁶)	12.247	24.332	48.446	16.518	24.672	48.700	45.155	28.449	49.760