IV — 9　走行速度の変動を考慮した道路交通流の基本性格について。

防衛大學　正員　○高田　弘
同　　　　　　　岸　尚

走行速度変動の特性を考慮して瞬間速度の時間分布及び空間分布或いは追越回数等の相関々係につき道路交通流の基本的性格を検討した。

1. 走行速度の変動

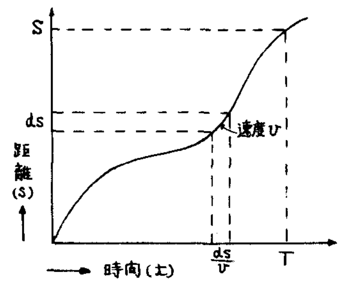
道路条件の同一な場合につき或る車の走速状態が第1図のように表わされるとき，T, S は無限に長いものとして時間に関する速度変動の分布（即ち dt 毎の速度分布）を考え，

　　密度関数　$\phi(v)$，平均値　V，分散　$\lambda^2(V)$

とすると

$$V=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt=\int_0^\infty v\,\phi(v)\,dv \qquad (1)$$

$$\lambda^2(V)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\{v(t)-V\}^2dt=\int_0^\infty (v-V)^2\phi(v)\,dv \qquad (2)$$



第1図

次に距離に関する速度変動の分布（即ち ds 毎の速度分布）を考え上と同じく

　　密度関数　$\phi'(v)$，平均値　V'，分散　$\lambda^2(V')$

とすると図から判るように

$$\frac{\phi'(v)}{\phi(v)}=\frac{ds}{S}\Big/\frac{dt}{T}=\frac{ds}{VT}\Big/\frac{ds}{vT}$$ であるから

$$\phi'(v)=\frac{v}{V}\phi(v) \qquad (3)$$

従って

$$V'=\lim_{S\to\infty}\frac{1}{S}\int_0^S v(s)\,ds=\int_0^\infty v\,\phi'(v)\,dv=\frac{1}{V}\int_0^\infty v^2\phi(v)\,dv=V+\frac{\lambda^2(V)}{V} \qquad (4)$$

$$\lambda^2(V')=\lim_{S\to\infty}\frac{1}{S}\int_0^S\{v(s)-V'\}^2ds=\int_0^\infty (v-V')^2\phi'(v)\,dv=\int_0^\infty v^2\phi'(v)\,dv-V'^2$$
$$=\frac{1}{V}\int_0^\infty v^3\phi(v)\,dv-\left\{V+\frac{\lambda^2(V)}{V}\right\}^2 \qquad (5)$$

この場合 V は或る瞬間に，走行中の車の速度を測定した場合（位置に関らず）その速度の期待値を示し $\lambda^2(V)$ はその分散値である。これに対して V' は或る一地点で測定した場合（時刻に関らず）その速度の期待値を示す。

即ち走行中の車はその道路及び交通条件に応じてその瞬間（地点）における実際の速度の外に (V, λ) 又は (V', λ') という個有の速度特性を持つものと考え，これをその車の時間に関する定常速度 (V)，距離に関する定常速度 (V') と呼ぶことにする。

2. 瞬間速度の空間分布

或る瞬間に道路上にあるすべての車の速度を測定しその分布即ち空間分布を考える。

各車は実際の速度 (v) の外に個有の定常速度 (V) を持つから，v と V の空間分布につき夫々

　　密度関数　$g_s(v)$，$G_s(v)$　平均速度　$\bar{v}_s$，$\bar{V}_s$　分散　σ_s^2，Σ_s^2　とすると

$$g_s(v)=\int_0^\infty G_s(V)\,\phi_V(v)\,dV \qquad (6)$$

　　但し $\phi_V(v)$ は定常速度 V なる車の $\phi(v)$

又

$$\overline{v_s} = \int_0^\infty v\, g_s(v)\, dv = \int_0^\infty G_s(V) \int_0^\infty v\, \phi_V(v)\, dv\, dV = \int_0^\infty V\, G_s(V)\, dV = \overline{V_s} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\sigma_s^2 &= \int_0^\infty (v-\overline{v_s})^2 g_s(v)\, dv = \int_0^\infty G_s(V) \int_0^\infty (v-\overline{v_s})^2 \phi_V(v)\, dv\, dV \\ &= \int_0^\infty G_s(V)\left\{\lambda^2(V) + (V-\overline{v_s})^2\right\} dV = \Sigma_s^2 + \int_0^\infty \lambda^2(V)\, G_s(V)\, dV\end{aligned} \tag{8}$$

(8)式に示すΣ_s^2のみが追越回数に関係するもので，瞬間速度の分散σ_s^2と定常速度の分散Σ_s^2の差はその時に測定せられた各車の速度変動に関する分散の平均値に等しい　従って速度の変動が激しい程両者の差は著しい。

3. 瞬間速度の時間分布

或る地点を通過する車の瞬間速度を測定しそれらの分布,即ち時間分布を考える。測定せられた各車は実際の速度(v)の外に定常速度(V')を持つものとし　v及びV'の時間分布につき

密度関数　$g_T(v)$, $G_T(V')$　平均速度　$\overline{v_T}$, $\overline{V_T}$　分散　σ_T^2, Σ_T^2　とすると

空間分布の場合と同じく

$$g_T(v) = \int_0^\infty G_T(V')\, \phi'_{V}(v)\, dV' \tag{9}$$

$$\overline{v_T} = \overline{V_T} \tag{10}$$

$$\sigma_T^2 = \Sigma_T^2 + \int_0^\infty \lambda'^2(V')\, G_T(V')\, dV' \tag{11}$$

次に空間分布との関係は

(3)式と同じ考え方で

$$g_T(v) = \frac{v}{\overline{v_s}}\, g_s(v) \tag{12}$$

従って

$$\overline{v_T} = \int_0^\infty v\, g_T(v)\, dv = \frac{1}{\overline{v_s}} \int_0^\infty v^2 g_s(v)\, dv = \overline{v_s}(1+\mu_s^2) \tag{13}$$

但し：$\mu_s = \dfrac{\sigma_s}{\overline{v_s}}$

(13)式は1952年J. G. Wardropにより求められた式である。

更に分散については

$$\sigma_T^2 = \int_0^\infty (v-\overline{v_T})^2 g_T(v)\, dv = \int_0^\infty v^2 g_T(v)\, dv - \overline{v_T}^2 = \frac{1}{\overline{v_s}} \int_0^\infty v^3 g_s(v)\, dv - \overline{v_s}^2 (1+\mu_s^2)^2 \tag{14}$$

(14)式において瞬間速度の空間分布$g_s(v)$に正規性を仮定すると

$$\sigma_T^2 = 3\sigma_s^2 + \overline{v_s}^2 - \overline{v_T}^2 \tag{15}$$

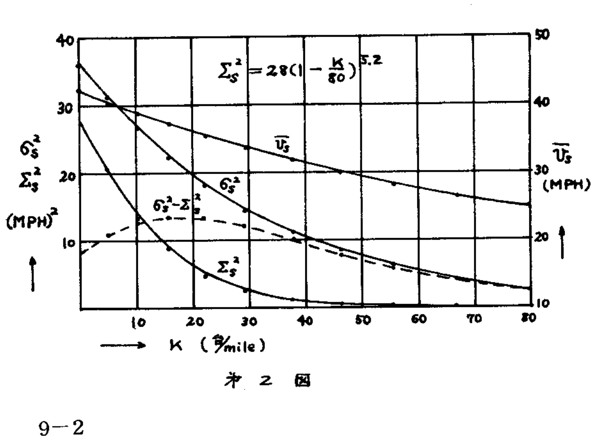
(13)式を代入して解くと

$$\overline{v_T} - \overline{v_s} = \frac{\overline{v_T}}{4}\left(1-\sqrt{1-8\mu_T^2}\right) \qquad 但し\ \mu_T = \frac{\sigma_T}{\overline{v_T}} \tag{16}$$

従って

$\overline{v_T}$, σ_T^2が測定せられると(16)式より$\overline{v_s}$を，更に(13)式よりσ_s^2を求め得る。

第2図はHighway Capacity Manualの幹線道路の例につき　交通量と$\overline{v_T}$, σ_T^2の間に或る関数形を仮定し，交通密度(K)，及び$\overline{v_s}$, σ_s^2を計算したもので，Σ_s^2は追越回数より逆算した。これによるとσ_s^2とΣ_s^2の差（即ち8式による速度変動分散の平均値）は交通密度により余り変化しないことが判る。



第2図