II — 87　管網流量計算の厳密解析法

広島大学工学部　正員　青木康夫

1. 概説　　管網流量計算法としては，これまで Hardy Cross 法をはじめ，各種の計算法[1]が発表されているが，著者は更に管網計算法を理論的に解析し，正確でしかも比較的計算容易な解法を誘導したので，その研究結果を次のように報告する。

2. 厳密解析法の理論　　配水管網内の任意の管路を取りだし，その管路の流量と損失水頭との間には

$$h = rQ^{1.85} \qquad \cdots (1)$$

の関係があり，これを図示すれば図-1 の OAC 曲線で表わされる。この管路の仮定流量を Q とし，求める流量を $\bar{Q}$ とすれば，図示のように次式の関係がある。

$$\bar{Q} = Q + \Delta Q \qquad \cdots (2)$$

ここで，Q に対応する損失水頭 h を Δh だけ修正すると，$\bar{Q}$ に対応する損失水頭 $\bar{h}$ になればよい。すなわち，

$$\bar{h} = h + \Delta h \qquad \cdots (3)$$

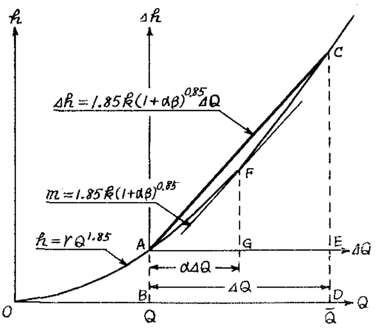

図-1　ΔQ と Δh の関係図

の関係式が成立することが必要である。しかし，従来の計算法では Δh を与える式が近似式であるため，厳密には(3)式の関係が成立していない。従って，計算結果に多少の誤差を有することになる。故に，本解法では Δh を与える式を厳密に解析して次のように求める。

いま，Δh を図-1 の AC 直線で示すような勾配で，ΔQ に関する 1 次式で与えれば，Δh は図-1 の $\overline{CE}$ で表わされ，(3)式の関係が成立することになる。

一般に $\bar{Q}$ に対応する $\bar{h}$ が不明であるため，AC 直線の勾配を直接求めることができないので，AC 直線に平行な OAC 曲線の接線の勾配を求め，これを AC 直線の勾配とする。OAC 曲線の任意点における接線の勾配を m とすれば，(1)式より m は次式で与えられる。

$$m = 1.85\,rQ^{0.85} \qquad \cdots (4)$$

(4)式において，接点 F を Q から $\alpha\Delta Q$ はなれた点とすれば，F 点における接線の勾配 m は

$$m = 1.85\,r(Q + \alpha\Delta Q)^{0.85} = 1.85\,k(1+\alpha\beta)^{0.85} \qquad \cdots (5)$$

である。上式において，$k = rQ^{0.85}$，$\beta = \Delta Q/Q$ である。

故に，(5)式の m を AC 直線の勾配とすれば，Δh は次式で表わされる。

$$\Delta h = 1.85\,k(1+\alpha\beta)^{0.85}\Delta Q \qquad \cdots (6)$$

同様にして，図-1 に示す ΔQ を A 点の左側に考慮すれば，Δh は次式で表わされる。

$$\Delta h = 1.85\,k\{1+(1-\alpha)\beta\}^{0.85}\Delta Q \qquad \cdots (7)$$

(6)式および(7)式は厳密に理論的に解析して求めた Δh を与える式であるが，ΔQ の如何によつて両式を使いわける点に実用計算上の不便さがある。そこで次のような考察を行なう。

3. α と β の関係　　図-1 に示すように，α は接点 F の位置を示すもので，α と β の関係を調べると，幾何学的適合条件より次式の関係が成立する。

$$1.85\beta(1+\alpha\beta)^{0.85}=(1+\beta)^{1.85}-1 \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

(8)式において，実用上考えられる範囲内で$\beta=0\sim3$までとり，αの数値計算を行えば図-2のようになり，βの値によつて多少変化するが，ほとんど0.5に近い値を示している。従つて，$\alpha=0.5$とすれば(6)式および(7)式は次式のようになる。

$$\Delta h=1.85k(1+0.5\beta)^{0.85}\Delta Q \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

ここで，$N=(1+0.5\beta)$とおけば，(9)式は次式のようになる。

$$\Delta h=1.85kN^{0.85}\Delta Q \quad \cdots \quad \cdots \quad (10)$$

なお，(10)式中の$N^{0.85}$の数表を作成しておけば，対数計算を行なうことなしに容易にΔhの値を計算することができる。

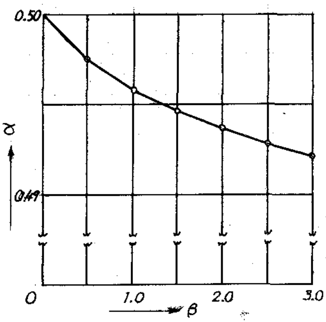

図-2　αとβの関係図

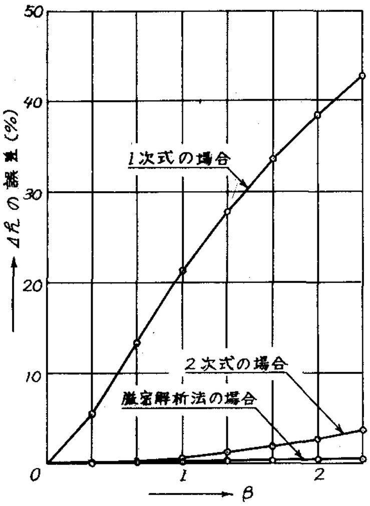

図-3　Δhの誤差とβの関係図

上述のように，(10)式は(6)式または(7)式の近似式であるが，その誤差は極めてすくないので，本解法では(10)式を適用することにした。なお，(10)式の誤差の程度を具体的に示せば図-3のようであり，従来のΔhの計算式[2,3]よりも著しく精度がよくなつていることがわかる。

4. 連立1次方程式の近似解法　配水管網内の各閉管路ごとに，(10)式を適用して損失水頭の閉合条件式を作成すれば次式が得られる。

$$\Sigma(h+\Delta h)=0 \quad \cdots \quad \cdots \quad (11)$$

(11)式は各閉管路の修正流量に関する連立1次方程式となり，これを連立に解いて各管路のΔQを求め，(1)式によつて修正された各管路の正確な流量を算出することができる。しかしながら，(10)式中のNの値はβの関数であり，実際はΔQの値が決まらないと計算できないものである。故に，(11)式で表わされる連立1次方程式はその解を直接求めることができないので，次のような近似計算を行なう。

すなわち，(10)式中のNの値にある近似値を代入して，これを常数として取り扱えば，(10)式はΔQに関する1次式となり，(11)式で与えられる連立1次方程式の解は求められる。ここで，Nの近似値を求める理論的な方法はないので，最初は$\beta=0$として，$N=1$で与え，(11)式よりΔQの才1近似値を計算する。2回目は，ΔQの才1近似値よりNの才1近似値を求め，これを(11)式に適用してΔQの才2近似値を求める。以上のようにして順次Nの近似値の精度を高めながら，繰返し近似計算によつて(11)式の解を求めることになるが，その収斂状態は比較的良好で，普通2～3回の繰返し計算で正解を得ることができる。

なお，計算例については，講演時に述べる予定である。

参　考　文　献

1) 土木学会；水理公式集，p. 331，昭. 38. 8
2) 青木康夫；管網計算の連立1次方程式による新解法，水道協会雑誌，才295号，昭. 34. 4
3) 青木康夫；連立2次方程式による管網計算法，土木学会才18回年次学術講演会，昭. 38. 6